Доклады Академии Наук СССР
1953. Том LXXXIX, № 2

ГИДРОМЕХАНИКА

Н. Н. ВЕРИГИН

ДВИЖЕНИЕ ВЛАГИ В ПОЧВЕ

(Представлено академиком А. И. Некрасовым 16 I 1953)

В почвах и грунтах зоны аэрации движение влаги обычно происходит при неполном заполнении пор и осуществляется притом в двух различных формах: в форме связной воды и в форме свободной (или «гравитационной») воды. Связная влага передвигается главным образом под действием адсорбционных сил, обусловливающих перемещение влаги от толстых адсорбционных пленок к тонким. Эти силы приближенно могут быть выражены через градиент влажности grad u, где u — содержание связной влаги в почве. При наличии существенной разности температур почвы и концентраций солей, растворенных в почвенной воде, движение связной влаги происходит также под действием сил термокапиллярной, термоосмотической и солевой диффузии [3]. Свободная влага в почве передвигается в основном под действием силы тяжести и капиллярных сил, обусловленных поверхностным натяжением воды в узких ходах и углах пор. Кроме того, существенную роль играет испарение свободной влаги и последующее движение ее в газообразной форме под действием сил упругости водяного пара [1, 2, 4].

Мы рассмотрим здесь движение влаги при отсутствии различий температуры и концентрации солей в почвенной влаге. Тогда движение будет происходить под действием только адсорбционных, капиллярных и гравитационных сил.

При совместном движении в почве связной и свободной воды может происходить переход свободной влаги в связную, зависящий от молекулярной влагоемкости почвы, т. е. от максимально возможного содержания в ней связной влаги (a). Именно, при поступлении в почву с естественной влажностью $u_0 < a$ свободной воды последняя под действием адсорбционных сил частично переходит в связную воду. Объем этой прочно связываемой воды не может превышать величины $a - u$. Имея в виду эту влагоотдачу, можем написать следующее уравнение неразрывности связной влаги в почве

$$\frac{\partial q_m}{\partial y} + \gamma (a - u) = \frac{\partial u}{\partial t}, \tag{1}$$

где q_m — объемный расход влаги на единицу площади сечения грунта; u — содержание связной влаги в почве (в долях единицы); a — молекулярная влагоемкость почвы; γ — коэффициент влагоотдачи (сек$^{-1}$); y — координата; t — время.

Уравнение движения связной влаги будет [1, 2]

$$q_m = D \frac{\partial u}{\partial y}, \tag{2}$$

где D — коэффициент диффузии связной влаги. Из (1) и (2) получаем:

$$D\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\gamma(a-u)=\frac{\partial u}{\partial t}. \tag{3}$$

Если в (3) $\gamma=0$, и выражение (3) будет полностью идентично уравнению движения влаги в микропористых телах, данному А. В. Лыковым ([1, 2]). Это уравнение позволило А. В. Лыкову удовлетворительно объяснить целый ряд сложных явлений, возникающих при сушке и увлажнении различных микропористых материалов. Исследования кинетики высыхания глинистых грунтов и некоторых видов почв ([4]) также подтверждают справедливость этого уравнения для движения связной влаги (т. е. при влажности грунта, не превосходящей a).

Уравнение неразрывности свободной влаги, по аналогии с (1), будет

$$\frac{\partial q_g}{\partial y}-\gamma(a-u)=\frac{\partial w}{\partial t}, \tag{4}$$

где q_g — единичный объемный расход свободной воды; w — содержание свободной влаги («гравитационная влажность») почвы; ($w=\overline{w}-u$, где $\overline{w}$ — общая влажность почвы).

Уравнение движения свободной влаги в почве может быть принято в виде:

$$q_g=k\left[-\frac{w}{m-u}\right]^n\frac{\partial H}{\partial y}\qquad\left(k=\frac{k_0}{\mu}\right), \tag{5}$$

где k_0 — проницаемость грунта; m — его пористость; μ — абсолютная вязкость воды; $H=z+p_k/\gamma_0$ — напор; n — показатель степени, равный 3÷4.

Уравнение типа (5) для движения влаги в почве впервые предложено С. Ф. Аверьяновым ([5]). При этом С. Ф. Аверьянов принимал, что содержание связной влаги в почве не зависит от y и t ($u=\text{const}$). Исходя из анализа ламинарного движения вязкой жидкости в цилиндрической трубке при частичном ее заполнении связной и свободной влагой, он определил значение показателя $n=3{,}56$. Зависимость типа (5) была введена также Л. С. Лейбензоном для движения газированной жидкости в пористой среде ([6]). На основании опытных данных Л. С. Лейбензон нашел, что $n=3{,}67$.

Уравнение типа (5) хорошо подтверждается опытами Мура и Ричардса, изучавшими движение влаги в капиллярной зоне ([5]). По данным Н. Н. Биндемана и А. И. Будаговского, это уравнение дало удовлетворительные результаты также для зоны пленочной влажности, обводняемой посредством дождевания на поверхности грунта ([7, 9]). При этом показатель n колебался от $n=3$ ([7]) до $n=4$ ([9]).

Величина $\partial H/\partial y$ в (5) выразится так:

$$\frac{\partial H}{\partial y}=\frac{\partial z}{\partial y}+\frac{1}{\gamma_0}\frac{\partial p_k}{\partial y}=I+\frac{1}{\gamma_0}\frac{\partial p_k}{\partial y}=I-\frac{\partial h_k}{\partial y}, \tag{6}$$

где I — синус угла между направлением движения и осью y (при вертикальном движении $I=1$); p_k — капиллярное давление ($p_k<0$); γ_0 — удельный вес воды; h_k — высота капиллярного вакуума грунта.

Для совместного решения системы уравнений (3), (4) и (5) необходимо еще уравнение связи между капиллярным давлением p_k и гравитационной влажностью w.

Исходя из представлений капиллярной физики о связи радиусов капиллярных менисков, образующихся между частицами пористой среды r, с капиллярным давлением в воде p_k и влажностью среды w, рядом исследователей были предложены различные теоретические зависимости между p_k и w ([10–13]). Экспериментальные зависимости p_k от w для разных пористых тел показаны на рис. 1 ([10]). В этих кривых обращает на себя внимание тот факт, что в пределах наиболее важного для практики диапазона водонасыщения от 10—30 до 80—90% кривая $p_k = f(w \mid P)$ весьма близка к прямой.

Большинство предложенных теоретических уравнений $p_k = f(w \mid P)$ дает гиперболы со слабо изогнутой вертикальной ветвью (рис. 1, пунктир), что также подтверждает приблизительно линейный характер зависимости p_k от w в пределах большого диапазона w.

В соответствии с этим можно принять

$$p_k = -\alpha + \beta w \quad (p_k < 0;\ \alpha, \beta > 0), \tag{7}$$

где постоянные α и β определяются экспериментально. Для песчаных почв можно считать, что при $w = a$ $p_k = -\gamma_0 H_k$, а при $w = (0{,}8 \div 0{,}9)\,P$ $p_k = -(0{,}5 \div 0{,}6)\,H_k$, где H_k — высота капиллярного поднятия воды в грунте.

Подставляя (7) в (6), (6) в (5) и (5) в (4), получим (при $I = 1$):

$$k \frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\frac{w}{m-u}\right)^n \left(1 + \frac{\beta}{\gamma_0}\frac{\partial w}{\partial y}\right)\right] - \gamma\,(a-u) = \frac{\partial w}{\partial t}. \tag{8}$$

Таким образом, совместное движение свободной и связной влаги в грунте описывается двумя дифференциальными уравнениями (3) и (8). Первое из этих уравнений, в которое не входит w, при заданных начальных и граничных условиях для u может быть проинтегрировано независимо от второго. Это уравнение аналогично уравнению теплопроводности, и методы его интегрирования известны. Подставляя найденное из (3) значение $u(y, t)$ в (8), получим одно дифференциальное уравнение, являющееся нелинейным и содержащее переменные коэффициенты при производных. Дальнейшая задача состоит в интегрировании этого уравнения при заданных начальных и граничных условиях для функции w.

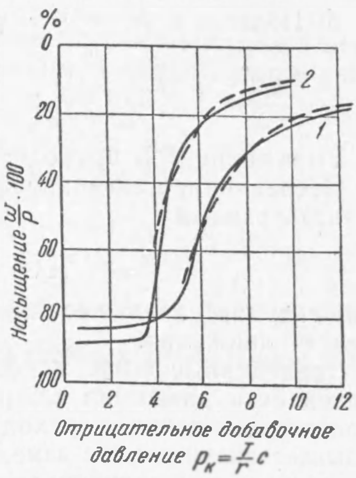

Рис. 1. 1 — песок, 2 — бисер

Для большинства грунтов и почв при начальной их влажности $u_0 < a$ переход поступающей в них свободной влаги в связное состояние происходит весьма быстро. Ввиду этого можно принять, что в (3) и (8) коэффициент влагообмена $\gamma = \infty$. Тогда, как и в аналогичных задачах теории теплопроводности, произведение $\gamma\,(a-u) = 0$, влажность $u = a = \mathrm{const}$, и потому уравнение (3) обращается в тождество.

При таких условиях уравнение движения свободной влаги (8) примет вид:

$$k\left(R_1 \frac{\partial w^n}{\partial y} + S\frac{\partial^2 w^{n+1}}{\partial y^2}\right) = \frac{\partial w}{\partial t}, \quad R_1 = \frac{1}{P^n}, \qquad S = \frac{\beta}{\gamma_0 (n+1) P^n}, \quad P = m - a. \tag{9}$$

Если силы тяжести по сравненню с капиллярными силами невелики, что имеет место, например, при движении влаги по направлению, близкому к горизонтальному, то в (6) можно принять $I = 0$, и тогда будет:

$$kS\frac{\partial^2 w^{n+1}}{\partial y^2} = \frac{\partial w}{\partial t}, \qquad S = \frac{\beta}{\gamma_0 (n+1) P^n}. \tag{10}$$

Это равенство идентично уравнению ламинарной фильтрации газа при политропическом режиме ([6]). Аналогичное уравнение рассматривается также в нелинейной теории теплопроводности при условии, что зависимость коэффициента теплопроводности от температуры выражается в виде степенной функции ([14]). Уравнение (10) имеет аналогии в астрономии и других дисциплинах. В указанных случаях имеются методы, позволяющие находить частные решения уравнения (10) автомодельного типа, зависящие от безразмерной комбинации из y, t и граничных условий ([15, 14]).

Для приближенного изучения движения влаги с учетом силы тяжести и капиллярных сил уравнение (9) можно упростить одним из следующих способов:

а) Принимая в (6) $\frac{1}{\gamma_0}\frac{\partial p_k}{\partial y} = \Delta = \text{const}$, получим

$$kRw^{n-1}\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial t}, \qquad R = \frac{n}{P^n}(1+\Delta). \tag{11}$$

С помощью метода характеристик можно найти общее решение уравнения (11) и выделить из него некоторую группу частных решений, представляющих интерес в практических задачах.

б) Полагая в (9) $w^{n+1} = \varphi$, найдем:

$$A\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + B\frac{\partial\varphi}{\partial y} = \frac{\partial\varphi}{\partial t}, \qquad A = \frac{k\beta}{\gamma_0 P^n}(\varphi_{\text{ср}})^{\frac{n}{n+1}}, B = \frac{kn}{P^n}(\varphi_{\text{ср}})^{\frac{n-1}{n+1}}. \tag{12}$$

Выражение (12) приводится к уравнению теплопроводности.

Осередненное значение функции φ в первом приближении можно принять равным

$$\varphi_{\text{ср}} = {}^1/_2(\varphi_1 + \varphi_2) = {}^1/_2(w_1^{n+1} + w_2^{n+1}) = \text{const}, \tag{13}$$

где w_1 и w_2 — заданные значения влажности на внешних границах области движения.

Приведенные выше основные уравнения учитывают две главные особенности движения влаги в почве, а именно: 1) происходящий в процессе движения переход части свободной влаги в связную, что вызывает значительное замедление движения свободной влаги; 2) резкое возрастание сопротивления движению при уменьшении содержания в почве свободной влаги w, что видно из уравнения (5).

Благодаря учету этих обстоятельств уравнения (11) и (12) позволяют удовлетворительно объяснить многие экспериментальные факты, установленные при изучении движения почвенной влаги в лабораториях и в полевых условиях ([8]).

Поступило
29 XII 1952

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. В. Лыков, Теория сушки, 1950. [2] А. В. Лыков, Кинетика и динамика процессов сушки и увлажнения, 1938. [3] Б. В. Дерягин, Ф. Е. Колясев, Гидротехника и мелиорация, № 2 (1952). [4] Ф. Е. Колясев, М. К. Мельникова, Почвоведение, № 3 (1949). [5] С. Ф Аверьянов, ДАН, **69**, № 2 (1949). [6] Л. С. Лейбензон, Движение природных жидкостей и газов в пористой среде, 1947. [7] Н. Н. Биндеман, Определение динамических запасов грунтовых вод по водоотдаче песков, 1952. [8] А. А. Роде, Почв. влага, 1952. [9] А. И. Будаговский, Исследование процесса инфильтрации воды в почву, 1952. [10] Б. А. Кин, Физические свойства почвы, 1933. [11] R. A. Fisher, Agric. Sci., **16**, 492 (1926); **18**, 406 (1928). [12] Г. И. Покровский, Капиллярные силы в грунтах, 1933. [13] W. B. Haines, Agric. Sci., **20**, 97 (1930). [15] Я. Б. Зельдович, А. С. Компанеец, Сборн., посв. 70-летию А. Ф. Иоффе, 1950. [15] Г. И. Баренблатт, Прикладн. матем. и мех., **16**, в. 1 (1952).