

В. Ю. Гавриш¹, В. В. Андреев²

¹г. Гомель, ГГТУ имени П. О. Сухого

²г. Гомель, ГГУ имени Ф. Скорины

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ ФОРМ-ФАКТОР ρ – МЕЗОНА В ТОЧЕЧНОЙ ФОРМЕ ДИНАМИКИ

Введение. Прецизионность современных экспериментальных данных по распадам псевдоскалярных и векторных мезонов [1] дает возможность проводить исследования связанных кварк-антикварковых систем с учетом их внутренней структуры в различных подходах и моделях. Особый интерес представляют мезоны легкого сектора, состоящие из u – и d – кварков. Такие системы релятивистские, что требует построения соответствующих подходов и моделей.

Среди многообразия подходов по описанию характеристик связанных систем [2] выделим подходы, основанные на группе Пуанкаре. Известно [3, 4], что такие модели являются чисто релятивистскими, что делает их применение для описания наблюдаемых характеристик мезонов легкого сектора наиболее естественным подходом.

Из трех форм пуанкаре-инвариантной квантовой механики (далее ПиКМ) для расчетов характеристик легких мезонов в настоящее время наиболее используемой является динамика на световом фронте. Однако указанная форма ПиКМ не лишена недостатков, таких как наличие взаимодействия в операторе углового момента [5] и др. Указанное осложнение приводит к тому, что на матричные элементы перехода $I^\mu(\lambda', \lambda)$ векторных мезонов связаны угловым соотношением.

Мгновенная форма динамики также используется для расчета различных характеристик связанных систем. Так, к примеру, расчеты форм-факторов ρ – мезона в работе [6] выполнены с учетом аномальных магнитных моментов кварков κ_u и κ_d .

Возобновление интереса к исследованию форм-факторов векторных частиц связано с обновлением экспериментальных данных. Так в работе [7] на основе экспериментальных данных коллаборации BaBar в энергетическом диапазоне (0,9; 2,2) ГэВ было проведено определение магнитного момента ρ – мезона. Эти и другие экспериментальные исследования возобновили интерес к изучению легких связанных кварк-антикварковых систем.

В работе проведем изучение форм-фактора векторного ρ – мезона в точечной форме ПиКМ. Из особенностей проводимых вычислений отметим использование параметров моделей, полученных из лептонных распадов псевдоскалярных и векторных мезонов с учетом токовых масс кварков [8, 9].

1. Параметризация матричного элемента в точечной форме ПиКМ. Параметризация матричного элемента векторного ρ – мезона в точечной форме ПиКМ определяется выражением [10, 11]

$$\begin{aligned} I^\mu(\lambda', \lambda) = \langle \vec{Q}', M', \lambda' | J^\mu | \vec{Q}, M, \lambda \rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2V_0 M_0}} \frac{1}{\sqrt{2V'_0 M'_0}} \times \\ \times \left(F_1(q^2) (\varepsilon^*(\lambda') \cdot \varepsilon(\lambda)) P^\mu + F_2(q^2) \left((\varepsilon^*(\lambda') \cdot P) \varepsilon^\mu(\lambda) + (\varepsilon(\lambda) \cdot P) \varepsilon^{*\mu}(\lambda') \right) + \right. \\ \left. + F_3(q^2) \frac{(\varepsilon^*(\lambda') \cdot P)(\varepsilon(\lambda) \cdot P)}{2M'_0 M_0} P^\mu, \quad P = Q + Q', \quad q = Q - Q'. \right. \end{aligned} \quad (1.1)$$

В выражении (1.1) форм-факторы F_1 , F_2 и F_3 при $q^2 \rightarrow 0$ определяются как заряд, магнитный момент и квадрупольный магнитный момент векторного ρ – мезона:

$$F_1(0) = e, \quad F_2(0) = -\mu_\rho, \quad F_3(0) = Q_\rho. \quad (1.2)$$

В обобщенной системе Брейта ($\vec{V}_Q + \vec{V}_{Q'} = 0$) с использованием $(V_Q \cdot V_{Q'}) = \varpi$ и 4-векторов

$$\ell_{F_1} = \frac{M_0 + M'_0}{2\sqrt{M_0 M'_0}} \left\{ -1, 0, 0, \frac{M'_0 \sqrt{-1 + \varpi} - M}{M_0 + M'_0 \sqrt{1 + \varpi}} \right\}, \quad \ell_{F_2}^{(\pm)} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{M'_0(-1 + \varpi)}{M}} \{0, 1, \pm i, 0\} \quad (1.3)$$

правая часть выражения (1.1) может быть записана в виде матричных элементов, представленных в таблице 1.

Таблица 1 – Матричные элементы для различных спиральностей ρ – мезона

	$\lambda = 1$	$\lambda = 0$	$\lambda = -1$
$\lambda' = 1$	$F_1(q^2) \times I_{F_1}$	$F_2(q^2) \times I_{F_2}^{(+)}$	0
$\lambda' = 0$	$F_2(q^2) \times I_{F_2}^{(-)}$	линейная комбинация F_1 , F_2 и F_3	$F_2(q^2) \times I_{F_2}^{(+)}$
$\lambda' = -1$	0	$F_2(q^2) \times I_{F_2}^{(-)}$	$F_1(q^2) \times I_{F_1}$

Процедура получения матричных элементов в точечной форме динамики с учетом структуры кварков подробно изложена в работах [9, 12, 13], поэтому здесь приведем лишь итоговое выражение:

$$I^\mu(\lambda', \lambda) = \frac{1}{4\pi} \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{V_0 V'_0}} \sum_{\nu_1, \nu'_1} \sum_{\nu_2, \nu'_2} \int d\vec{k} \Phi(|\vec{k}|, \beta_{q\bar{Q}}^\nu) \Phi(|\vec{k}_2|, \beta_{q\bar{Q}}^\nu) \times \quad (1.4)$$

$$\times C \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \nu_1 & \nu_2 & \lambda \end{Bmatrix} C \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \nu'_1 & \nu'_2 & \lambda' \end{Bmatrix} \times \left(e_q \frac{\bar{u}_{\nu'_1}(\vec{k}_2, m_q) B^{-1}(\vec{u}_{\bar{Q}}) \Gamma_q^\mu B(\vec{u}_{\bar{Q}}) u_{\nu_1}(\vec{k}, m_q)}{\sqrt{2 \omega_{m_q}(|\vec{k}_2|) \omega_{m_q}(|\vec{k}|)}} \times \right.$$

$$\times D_{\nu'_2, \nu_2}(\vec{n}_{W_2}(\vec{k}, \vec{v}_Q)) + e_Q \frac{\bar{v}_{\nu_2}(\vec{k}, m_Q) B^{-1}(\vec{u}_{\bar{Q}}) \Gamma_Q^\mu B(\vec{u}_{\bar{Q}}) v_{\nu'_2}(\vec{k}_1, m_Q)}{\sqrt{2 \omega_{m_Q}(|\vec{k}|) \omega_{m_Q}(|\vec{k}_1|)}} \times$$

$$\times D_{\nu'_1, \nu_1}(\vec{n}_{W_1}(\vec{k}, \vec{v}_Q)), \quad \vec{k}_{1,2} = \vec{k} \pm \vec{v}_Q \left((\varpi + 1) \omega_{m_{q,Q}}(|\vec{k}|) - |\vec{k}| \sqrt{\varpi^2 - 1} \cos \theta_{|\vec{k}|} \right).$$

В выражении (1.4) вершина взаимодействия кварка с γ – квантом определяется выражением

$$\Gamma_{q,Q}^\mu = F_1^{quark}(q^2) \gamma^\mu + F_2^{quark}(q^2) \frac{i\sigma^{\mu\nu}}{2m_{q,Q}} q_\nu^{quark}, \quad q^{quark} = k' - k, \quad (1.5)$$

где кварковые форм-факторы $F_1(q^2)$ и $F_2(q^2)$ определяют полный и аномальный магнитный момент кварка.

Для выполнения закона сохранения электромагнитного тока выражение (1.4) «расширим» путем введения множителя

$$I^\mu(\lambda', \lambda) \Rightarrow (-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2}) I_\nu(\lambda', \lambda), \quad (1.6)$$

при этом условие $(I(\lambda', \lambda) \cdot q) = 0$ выполняется автоматически. На основе предложенной методики и параметризации посредством выражения (1.1) проведем исследование поведения форм-фактора векторного мезона.

2. Исследование поведения форм-фактора $F_1(q^2)$. Из соотношений (1.1)–(1.6) с учетом того, что $(\ell_{F_1} \cdot \ell_{F_2}^{(\pm)}) = 0$, можно получить выражение для форм-фактора $F_1(q^2)$

$$(\ell_{F_1} \cdot I(\pm 1, \pm 1)) = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2V_0 M_0}} \frac{1}{\sqrt{2V'_0 M'_0}} F_1(q^2) (\ell_{F_1} \cdot \ell_{F_1}). \quad (2.1)$$

После вычисления спинорной части выражения (1.4), интегрированию по телесному углу с последующим предельным переходом $q^2 \rightarrow 0$ из (2.1) нетрудно показать, что

$$F_1(0) = \int d|\vec{k}| \left| \Phi(|\vec{k}|, \beta_{q\bar{Q}}^V) \right|^2 (e_q - e_Q), \quad (2.2)$$

что с учетом зарядов u – и d – кварков и нормировки волной функции [3, 4] приводит к $F_1(0) = 1$. Полученный результат подтверждается в динамике на световом фронте и мгновенной форме динамики [6, 10].

Исследование при различных q^2 проведем с учетом соотношения (2.1) и $\varpi = (V_Q \cdot V_{Q'})$, которое в случае равных масс конститuentных кварков $m_Q = m_q$ для обобщенной системы Брейта в точечной форме динамики определяется как

$$\varpi^2 = 1 - \frac{q^2}{4(m_q^2 + k^2(1 - \cos^2 \theta_k))}. \quad (2.3)$$

Задавая кварковый форм-фактор $F_1^{quark}(q^2)$ (выражение $F_2^{quark}(q^2)$ для спиральностей ρ – мезона $\lambda', \lambda = \pm 1, \pm 1$ не дает вклада) выражением [13]

$$F_1^{quark}(q^2) = \frac{1}{1 - \frac{1}{6} a \frac{q^2}{m_q^2}} \quad (2.4)$$

с параметром $a = 0,3$ и базовыми параметрами модели, полученными в работах [8, 9, 12, 13] из лептонных распадов псевдоскалярных и векторных мезонов получаем поведение форм-фактора векторного ρ – мезона (рисунок 1).

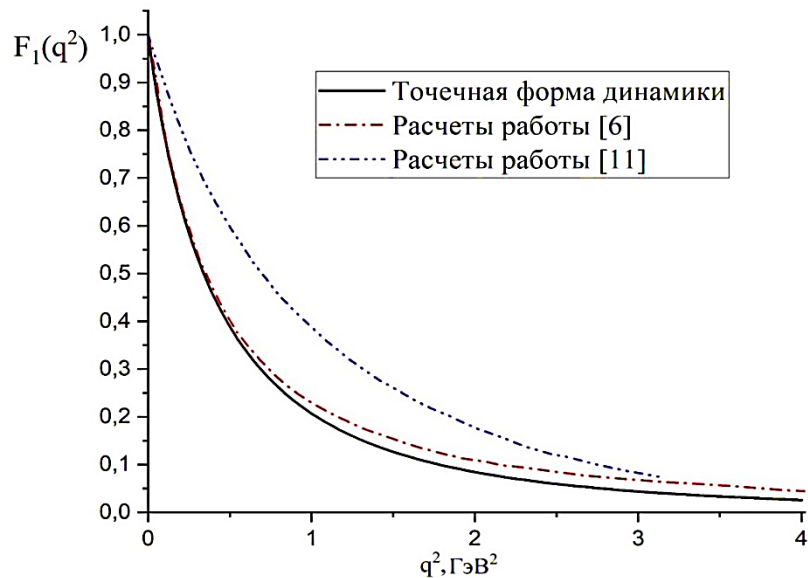


Рисунок 1 – Поведение форм-фактора $F_1(q^2)$ векторного ρ – мезона в различных подходах и моделях

Заклучение. Работа посвящена исследованию форм-фактора векторного ρ –мезона в точечной форме ПикМ. В ходе работы была продемонстрирована процедура получения параметризации с последующим расчетом поведения форм-фактора $F_1(q^2)$ с параметрами модели, полученными из распадов псевдоскалярных и векторных мезонов. Анализ рисунка 1 показывает, что предложенная модель предсказывает удовлетворительное поведение форм-фактора по сравнению с моделями, основанными на динамике светового фронта и мгновенной форме динамики.

Список использованных источников

- 1 Zyla, P. A. Review of Particle Physics / P. A. Zyla, R. M. Beringer [Particle Data Group] // Progress of Theoretical and Experimental Physics. – 2020. – Vol. 2020. – P. 2050–3911.
- 2 Greiner, W. Quantum chromodynamics / W. Greiner, S. Schramm, E. Stein // Springer-Verlag Berlin Heidelberg. – 2007. – 554 p.
- 3 Keister, B. D. Relativistic Hamiltonian dynamics in nuclear and particle physics / B. D. Keister, W. N. Polyzou // Adv. Nucl. Phys. – 1991. – Vol. 20. – P. 225–479.
- 4 Mini review of Poincare invariant quantum theory / W. N. Polyzou, Y. Huang, Ch. Elster [et. all] // Few Body Syst. – 2011. – Vol. 49. – P. 129–147.
- 5 Zhang, W. M. Light front dynamics and light front QCD / W. M. Zhang // Chinese J. Phys. – 1994. – Vol. 32. – P. 717.
- 6 Krutov, A. F. Magnetic moment of the ρ –meson in instant-form relativistic quantum / A. F. Krutov, R. G. Polezhaev, V. E. Troitsky // Phys. Rev. D. – 2018. – Vol. 3. – P. 033007.
- 7 Gudino, D. Garcia. Determination of the magnetic dipole moment of the rho meson using 4 pion electroproduction data / D. Garcia Gudino, G. Toledo Sanchez // Int. J. Mod. Phys. Conf. Ser. – 2013. – Vol. 35. – P. 1460463.
- 8 Haurysh, V. Yu. Electroweak decays of unflavored mesons in Poincare covariant quark model / V. Yu. Haurysh, V. V. Andreev // Turkish journal of physics. – 2019. – Vol. 43. – P. 167–177.
- 9 Haurysh, V. Yu. Constituent quark masses in Poincare-invariant quantum mechanics / V. Yu. Haurysh, V. V. Andreev // Journal of Physics: Conference Series. – 2017. – Vol. 938. – P. 012030.
- 10 Jaus, W. Consistent treatment of spin 1 mesons in the light front quark model / W. Jaus // Phys. Rev. D. – 2003. – Vol. 67. – P. 094010.
- 11 Choi, H.-M. Electromagnetic structure of the rho meson in the light front quark model / H.-M. Choi, Ch.-R. Ji // Phys. Rev. D. – 2004. – Vol. 70. – P. 053015.
- 12 Гавриш, В. Ю. Методика вычисления электрослабых характеристик мезонов в пуанкаре-инвариантной квантовой механике / В. Ю. Гавриш, В. В. Андреев // Проблемы физики, математики и техники. – 2018. – № 1 (34). – С. 7–19.
- 13 Гавриш, В. Ю. Электромагнитный форм-фактор векторных мезонов в релятивистской кварковой модели / В. Ю. Гавриш, В. В. Андреев // Журнал Белорусского Государственного Университета. Физика. – 2019. – № 1. – С. 63–71.

Ю. А. Гришечкин, В. Н. Капшай
г. Гомель, ГГУ имени Ф. Скорины

КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ С ОДНОМЕРНЫМ ОСЦИЛЛЯТОРНЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ И ЗАДАЧА ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ

Введение. Одной из ключевых проблем, возникающих при исследовании квантовых составных систем на основании квазипотенциального подхода [1, с. 380, 2, с. 125],