

УДК 539.12

Электромагнитные распады легких векторных мезонов

В.В. АНДРЕЕВ, В.Ю. ГАВРИШ

Представлена методика получения константы радиационного распада мезона с учетом кварковой структуры.

Ключевые слова: лептон, мезон, пуанкаре-инвариантная квантовая механика, волновая функция, кварк.

A technique to obtain constant of radioactive decays of mesons with the quark structure is presented.

Keywords: lepton, meson, Poincare-invariant quantum mechanics, wave functions, quark.

Введение. Радиационные распады векторных мезонов всегда были удобным инструментом для исследования структуры адронов. Существует достаточно большое количество подходов для модельного описания радиационных переходов мезонов. Среди таких подходов наиболее известна КХД на решетке [1], [2]. В нем используется дискретный набор пространственно-временных точек (решетка) для уменьшения количества аналитически неразрешимых функциональных интегралов теории, расчеты которых затем осуществляется на суперкомпьютерах. Хотя это медленный и ресурсоемкий подход, он имеет широкое применение, давая представление о строении адронов, в частности явных сил, действующих между кварками и антикварками в адронах.

В работах [3], [4] представлена техника расчета, основанная на нерелятивистской кварковой модели. В работах [5], [6] используется правила КХД-сумм. Существует ряд работ, основанных на феноменологических подходах [7], [8]. В работах [9], [10] используют релятивистские составные кварковые модели, основанные light-front форме релятивистской гамильтоновой динамики (РГД) (об РГД см. [11]) и квазипотенциальном подходе.

Для сравнения с экспериментом модельных расчетов необходимо получить выражение для ширины распада $V \rightarrow P\gamma$

$$\Gamma = \frac{\alpha}{3} g_{VP\gamma}^2 \left(\frac{M_V^2 - M_P^2}{2M_V} \right)^3, \quad (1)$$

в которое и входит константа радиационного распада $g_{VP\gamma}$. В соотношении (1) α постоянная тонкой структуры, а величины M_V и M_P – массы векторного и псевдоскалярного мезонов соответственно.

Вычисление константы, в отличие от других подходов, проведем в рамках конституентной релятивистской кварковой модели, основанной на точечной форме пуанкаре-инвариантной квантовой механики или релятивистской гамильтоновой динамики. В данной форме РГД операторы 4-х скоростей для системы с взаимодействием и без него совпадают, что приводит к лоренц-инвариантности волновых функций связанных систем.

Межкварковый потенциал взаимодействия, основанный на КХД. Для кварковой модели, основанной на пуанкаре-инвариантной квантовой механики используем потенциал, предложенный в так называемой Моск-модели мезонов [12] с использованием модельной параметризации бегущей константы сильного взаимодействия, модифицированной в [13]

$$\alpha_s(Q^2) = \sum_{k=1}^{n=7} \alpha_k \exp\left[-Q^2/(4\gamma_k^2)\right]. \quad (2)$$

Потенциалы такого типа встречаются с той или иной модификацией и в других моделях [14], [15]. Межкварковый потенциал взаимодействия \hat{V} для модели, основанной на пуанкаре-инвариантной квантовой механики в случае псевдоскалярных и векторных мезонов представляет сумму кулоновской, запирающей и спин-спиновой частей:

$$\begin{aligned}\hat{V}(r) &= \hat{V}_{Coulomb}(r) + \hat{V}_{linear}(r) + \hat{V}_{SS}(r), \\ \hat{V}_{Coulomb}(r) &= -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s(r)}{r} = -\frac{4}{3} \sum_{k=1}^7 \alpha_k \operatorname{erf}(\tau_k r), \\ \hat{V}_{linear}(r) &= \sigma r \left[\frac{\exp(-b^2 r^2)}{\sqrt{\pi} b r} + \left(1 + \frac{1}{2 b^2 r^2} \right) \operatorname{erf}(b r) \right] + w_0, \\ \hat{V}_{SS}(r) &= -\frac{32 (\mathbf{S}_q \mathbf{S}_Q)}{9 \sqrt{\pi} m_q m_Q} \sum_{k=1}^7 \alpha_k \tau_k^3 \exp(-\tau_k^2 r^2) \delta\end{aligned}\quad (3)$$

где $\mathbf{S}_q, \mathbf{S}_Q$ операторы спинов кварков. Параметр τ_k определяется из соотношения $1/\tau_k^2 = 1/\gamma_k^2 + 1/b^2$, где b так называемый параметр размазки [12].

Параметры межкваркового потенциала. Потенциал модели имеет следующие свободные параметры: параметр натяжения глюонной струны σ , параметр размазки b и параметр w_0 . Также параметрами являются массы кварков m_q и величины α_k, γ_k , характеризующие поведение эффективной константы сильного взаимодействия. Отметим, что значения параметров β, w_0, σ зависят от ароматов кварков.

Параметр линейной части потенциала в большом количестве моделей лежит в пределах $\sigma = 0,18 \div 0,20 \text{ ГэВ}^2$ [12], [16]–[18], поэтому в наших расчетах будем полагать, что

$$\sigma = \bar{\sigma} \pm \Delta\sigma = (0.19 \pm 0.01) \text{ ГэВ}^2. \quad (4)$$

Параметры α_k, γ_k фиксируются исходя из требования, соответствия экспериментальным данным для разницы первых моментов $\Gamma_1^{p,n}(Q^2)$ протонной и нейтронных спиновых структурных функций $g_1^{p,n}(x, Q^2)$ (так называемое КХД-модифицированное правило сумм Бьеркена) [19], [20]

$$\Gamma_1^{p-n}(Q^2) \equiv \Gamma_1^p(Q^2) - \Gamma_1^n(Q^2) = \frac{g_A}{6} C_{NS}(Q^2) + \Delta_{HT}^{p-n}(Q^2). \quad (5)$$

Здесь константа $g_A = 1,2701 \pm 0,0025$ [21] является извекторным аксиальными зарядом, а коэффициенты C_{NS} вычислена в рамках pQCD (в \overline{MS} -схеме) с точностью до четвертого порядка α_s [22]–[25]. В результате коэффициенты α_k, γ_k фиксируются, так что [26]

$$\alpha_{\text{crit}}(Q^2) = \sum_{k=1}^7 \alpha_k = 0,660 \pm 0,007. \quad (6)$$

В работах [27]–[30] получены совпадающие интегральные представления для лептонных констант распадов псевдоскалярных и векторных мезонов f_P, f_V в рамках пуанкаре-ковариантных моделей, основанных на точечной и мгновенных формах РГД:

$$f_P(m_q, m_Q) = \frac{N_c}{\pi \sqrt{2}} \int_0^\infty dk k^2 \psi^P(k) \sqrt{\frac{M_0^2 - (m_q - m_Q)^2}{\omega_{m_q}(k) \omega_{m_Q}(k)}} \frac{(m_q + m_Q)}{M_0^{3/2}}, \quad (7)$$

$$f_V(m_q, m_Q) = \frac{N_c}{\pi\sqrt{2}} \int_0^\infty dk k^2 \psi^V(k) \frac{\sqrt{(\omega_{m_q}(k) + m_q)(\omega_{m_Q}(k) + m_Q)}}{\sqrt{\omega_{m_q}(k) + \omega_{m_Q}(k)} \sqrt{\omega_{m_q}(k) \omega_{m_Q}(k)}} \times \left(1 + \frac{k^2}{3(\omega_{m_q}(k) + m_q)(\omega_{m_Q}(k) + m_Q)} \right), \quad (8)$$

где N_c – число цветов кварков.

Тогда определение остальных параметров потенциала произведем путем решения системы уравнений:

$$M_P(w_0, \varepsilon) = M_P \pm \Delta M_P, \quad (9)$$

$$M_V^{S=1}(w_0, \varepsilon) - M_P^{S=0}(w_0, \varepsilon) = M_V - M_P \pm \delta M_{VP}, \quad (10)$$

$$f_P(m_q, m_Q) = f_{\text{exp}}^P \pm \Delta f_{\text{exp}}^P, \quad (11)$$

$$f_V(m_q, m_Q) = f_{\text{exp}}^V \pm \Delta f_{\text{exp}}^V, \quad (12)$$

где уравнения (9), (10) являются требованием того, чтобы модельные значения масс мезонов соответствовали экспериментальным значениям. Величины $M_{P,V}$ – экспериментальные значения массы псевдоскалярного и векторного мезонов, а $\Delta M_{P,V}$ – экспериментальная ошибка измерения этих масс. Последние два уравнения (11), (12) означают, что значения лептонной константы связи для псевдоскалярных и векторных мезонов, полученные в рамках пуанкаре-ковариантной модели (7)–(8) совпадали в пределах ошибки с экспериментальными значениями f_{exp} .

Таким образом, с учетом вышеизложенной процедуры имеем следующие параметры пуанкаре-ковариантной модели для описания свойств псевдоскалярных и векторных мезонов [26]:

$$\begin{aligned} \sigma &= \bar{\sigma} \pm \Delta\sigma = (0.19 \pm 0.01) \text{ ГэВ}^2, \quad \alpha_{\text{crit.}} = 0.660 \pm 0.007, \\ m_u &= (239.8 \pm 2.3) \text{ МэВ}, \quad m_d = (243.8 \pm 2.3) \text{ МэВ}, \\ m_s &= (466.6 \pm 28.0) \text{ МэВ}, \\ m_c &= (1.366 \pm 0.070) \text{ ГэВ}, \quad m_b = (4.092 \pm 0.180) \text{ ГэВ}. \end{aligned} \quad (13)$$

Остальные параметры потенциала определяются из требования соответствия экспериментальным данным.

Таким образом, основные параметры пуанкаре-ковариантной модели зафиксированы соотношениями (13) и далее рассмотрим расчет характеристик мезонов, не входящих в набор, использованный для ограничения параметров.

Модель электромагнитных распадов мезонов в пуанкаре-инвариантной квантовой механике. Матричный элемент перехода векторного мезона в псевдоскалярный мезон с испусканием виртуального γ^* – кванта может быть параметризован с помощью 4-скоростей V и V' следующим выражением:

$$g_{VP\gamma^*}(t) K^\alpha(\mu) = (2\pi)^3 \frac{\sqrt{4V_0 V'_0}}{\sqrt{M_V M_P}} \langle \bar{Q} | J^\alpha | Q \rangle_V, \quad (14)$$

где введено обозначение $K^\alpha(\mu) = i\varepsilon^{\alpha\nu\rho\sigma} \varepsilon_\nu(\mu) V_\rho V'_\sigma$. Такая параметризация является естественной для точечной формы пуанкаре-инвариантной квантовой механики.

В данной работе будем рассматривать мезоны V и P как релятивистскую составную систему кварка и антикварка в рамках пуанкаре-инвариантной квантовой механики. В таком подходе данный распад обусловлен испусканием кварком γ^* -кванта, входящего в мезон V . Соответствующий данному переходу форм-фактор в обобщенной системе Брейта может быть представлен в виде [31]:

$$\begin{aligned}
g_{VP\gamma^*}(t) = & \frac{1}{4\pi\sqrt{2MM'}} \sum_{\nu_1, \nu_1'} \int d\vec{k} \sqrt{\frac{3+4\nu_1(\mu-\nu_1)}{\omega_{m_q}(k)\omega_{m_{\bar{q}}}(k)}} \nu_2' \Psi(k) \left[\sqrt{\frac{\omega_{m_{\bar{q}}}(k_2)}{\omega_{m_q}(k_2)}} \Phi(k_2) \times \right. \\
& \times e_q \bar{u}_{\nu_1'}(\vec{k}_2, m_q) B^{-1}(\vec{u}_{\bar{q}}) \frac{(\Gamma_1^\mu \cdot K_\mu^*)}{(K \cdot K^*)} u_{\nu_1}(\vec{k}, m_q) D_{-\nu_1', \mu-\nu_1}^{1/2}(\vec{n}_{w_2}(\vec{k}, \vec{u}_{\bar{q}})) + \\
& + \sqrt{\frac{\omega_{m_q}(k_1)}{\omega_{m_{\bar{q}}}(k)\omega_{m_{\bar{q}}}(k_1)\omega_{m_q}(k)}} \Phi(k_1) \times \\
& \left. e_{\bar{q}} \bar{v}_{\mu-\nu_1}(\vec{k}, m_{\bar{q}}) \frac{(\Gamma_2^\mu \cdot K_\mu^*)}{(K \cdot K^*)} B(\vec{u}_{\bar{q}}) v_{-\nu_1}(\vec{k}_1, m_{\bar{q}}) D_{\nu_1', \nu_1}^{1/2}(\vec{n}_{w_1}(\vec{k}, \vec{u}_{\bar{q}})) \right],
\end{aligned} \tag{15}$$

где вершина взаимодействия фотона с кварком определяется в виде

$$\Gamma_{1,2}^\mu = F_1(t)\gamma^\mu + iF_2(t) \frac{\sigma^{\mu\nu}(k_{1,2}-k)^\mu}{2m_{q,\bar{q}}}. \tag{16}$$

Входящие форм-факторы кварков нормированы в естественных единицах магнитного μ_q и аномального магнитного момента кварков κ_q :

$$F_1(t=0) + F_2(t=0) = \mu_q, \quad F_2(t=0) = \kappa_q. \tag{17}$$

Входящие в интегральное представление (16) величины определяются следующим образом:

$$\begin{aligned}
\vec{k}_{1,2} = & \vec{k} + \vec{u}_{\bar{q}}((\varpi+1)\omega_{m_{q,\bar{q}}}(k) + \sqrt{\varpi^2-1} \cdot |\vec{k}| \cos\theta), \\
\omega_{m_{q,\bar{q}}} = & \varpi\omega_{m_q}(k) - |\vec{k}| \cos\theta \sqrt{\varpi^2-1},
\end{aligned} \tag{18}$$

$$\vec{n}_{w_{2,1}} = -\frac{[\vec{k}, \vec{V}]}{\omega_{m_{q,\bar{q}}}(k) + m_{q,\bar{q}} - (\vec{k}\vec{V})} \tag{19}$$

$$\varpi = \frac{M_0^2 + M_0'^2 - t}{2M_0M_0'}, \quad M_0 = \omega_{m_q}(k) + \omega_{m_{\bar{q}}}(k), \tag{20}$$

где $t = (P-P')$ квадрат переданного фотону импульса.

Константа радиационного распада $g_{VP\gamma}$ получается предельным переходом $g_{VP\gamma} = g_{VP\gamma^*}(t \rightarrow 0)$. Исходя из экспериментальных данных для легких ρ, K^\pm и K_0 -мезонов (Таблица 1), получим ограничения на аномальные магнитные моменты кварков, представленные в таблице 2.

Таблица 1 – Экспериментальные значения ширины распадов легких мезонов

Мезон	Ширина распада
ρ	68 ± 7 КэВ
K^\pm	50 ± 5 КэВ
K^0	116 ± 10 КэВ

Сравнительный анализ показывает полученные значения в рамках релятивистской кварковой модели, основанной на точечной форме пуанкаре-инвариантной квантовой механики, соотносятся с результатами, полученными из анализа барионных магнитных моментов [32], [33]

Таблица 2 – Магнитные моменты кварков

Кварк	Магнитный момент, μ_N	[32]	[33]
u	2.080 ± 0.082	2.066	2.08 ± 0.07
d	-1.261 ± 0.015	-1.110	-1.31 ± 0.06
s	-0.621 ± 0.011	-0.633	-0.77 ± 0.06

Заключение. В работе в рамках релятивистской кварковой модели, основанной на точечной форме пуанкаре-инвариантной квантовой механики получено интегральное представление для форм-фактора перехода $V \rightarrow P\gamma^*$. Из условия соответствия модельных расчетов ширины распада экспериментальным значениям найдены значения магнитных моментов кварков, которые коррелируют с данными, полученными с помощью экспериментальных значений магнитных моментов барионов.

Литература

1. Jansen, K. Meson masses and decay constants from unquenched lattice QCD / K. Jansen, C. McNeile // *Phys.Rev.* – 2009. – D 80. – P. 1–36.
2. Lin, H.W. Neutral meson decays into two photons from lattice QCD / H.W. Lin, S.D. Cohen // *Proceedings of science* – 2012. – P. 1–8.
3. Morpurgo, G. General parametrization of the V-P meson decays / G. Morpurgo // *Phys.Rev.* – 1990. – D 42. – P. 1–12.
4. Stanley, D. Nonperturbative potential model for light and heavy quark-antiquark systems / D. Stanley, D. Robson // *Phys.Rev.* – 1980. – D 21. – P. 1–17.
5. Audin, C. gV γ coupling constant in light cone QCD / C. Audin, F. Keskin // *Phys.Rev.* – 2011. – D 84. – P. 1–7.
6. Shifman, M. QCD and resonance physics. Theoretical foundations / M.A. Shifman, A.I. Vainshtein // *Nuclear Physics.* – 1979. – B 147 – P. 385–447.
7. Escribano, R. Phenomenological evidence for the energy dependence of the eta eta-prime mixing angle / R. Escribano, J. Frere // *Phys. Lett.* – 1999. – B 459. – P. 288–294.
8. Shore, G. Radiative eta-prime decays, the topological susceptibility and the Witten-Veneziano mass formula / G. Shore // *Nucl.Phys.* – 2000. – B 569. – P. 107–124.
9. Jaus, W. Relativistic constituent quark model of electroweak properties of light mesons / W. Jaus // *Phys. Rev.* – 1991. – Vol. D 44. – P. 2851–2859.
10. Ebert, D. Radiative M1 decays of heavy light mesons in the relativistic quark model / D. Ebert, R. Faustov, V. Galkin // *Phys.Lett.* – 2002. – Vol. B 537. – P. 241–248.
11. Keister, B.D. Relativistic Hamiltonian dynamics in nuclear and particle physics / B.D. Keister, W.N. Polyzou // *Advanced Nuclear Physics.* – 1991. – V. 20 – P. 225–479.
12. Godfrey, S. Mesons in a relativized quark model with chromodynamics / S. Godfrey, N. Isgur // *Phys. Rev.* – 1985. – Vol. D 32. – P. 189–231.
13. Andreev, V.V. QCD coupling constant below 1 GeV in the Poincare-covariant model / V.V. Andreev // *Physics of Particles and Nuclei Letters.* – 2011. – Vol. 8, N 4. – P. 347–355.
14. Jean, H.C. Relativistic quark – anti-quark bound state problem with spin dependent interactions in momentum space / H.C. Jean, D. Robson, A.G. Williams // *Phys. Rev.* – 1994. – Vol. D 50. – P. 5873–5877.
15. Lucha, W. Semirelativistic treatment of bound states / W. Lucha, F.F. Schoberl // *Int. J. Mod. Phys.* – 1999. – Vol. A 14. – P. 2309–2334.
16. Ebert, D. Quark-antiquark potential with retardation and radiative contributions and the heavy quarkonium mass spectra / D. Ebert, R.N. Faustov, V.O. Galkin // *Phys. Rev.* – 2000. – Vol. D 62. – P. 034014.
17. Полулептонные распады псевдоскалярных мезонов в мгновенной форме релятивистской гамильтоновой динамики / Е.В. Баландина, А.Ф. Крутов, В.Е. Троицкий, О.И. Шпро // *ЯФ.* – 2000. – Т. 63, 2. – С. 301–311.
18. Kalashnikova, Y.S. QCD string in light-light and heavy-light mesons / Y.S. Kalashnikova, A.V. Nefediev, Y.A. Simonov // *Phys. Rev.* – 2001. – Vol. D 64. – P. 014037.
19. Bjorken, J. Applications of the Chiral U(6) x (6) Algebra of Current Densities / J. Bjorken // *Phys.Rev.* – 1966. – Vol. 148. – P. 1467–1478.
20. Bjorken, J. Inelastic Scattering of Polarized Leptons from Polarized Nucleons / J. Bjorken // *Phys.Rev.* – 1970. – Vol. D 1. – P. 1376–1379.
21. Leader, E. Can the polarization of the strange quarks in the proton be positive? / E. Leader, D.B. Stamenov // *Phys.Rev.* – 2003. – Vol. D 67. – P. 037503.
22. Larin, S. The Next-to-leading QCD approximation to the Ellis-Jaffe sum rule / S. Larin // *Phys.Lett.* – 1994. – Vol. B334. – P. 192–198.
23. Kataev, A. The Ellis-Jaffe sum rule : The Estimates of the next to next-to-leading order QCD corrections / A. Kataev // *Phys.Rev.* – 1994. – Vol. D 50. – P. 5469–R5472.

24. Larin, S. The Alpha-s**3 approximation of quantum chromodynamics to the Ellis-Jaffe sum rule / S. Larin, T. van Ritbergen, J. Vermaseren // *Phys.Lett.* – 1997. – Vol. B 404. – P. 153–160.
25. Baikov, P. Adler Function, Bjorken Sum Rule, and the Crewther Relation to α_s^4 in a General Gauge Theory / P. Baikov, K. Chetyrkin, J. Kuhn // *Phys.Rev.Lett.* – 2010. – Vol. 104. – P. 132004.
26. Andreev, V.V. Nonperturbative region of effective strong coupling [Electronic resource] / V.V. Andreev. – 2013. – Mode of access : <http://arxiv.org/pdf/hep-ph 1305.4266>. – Date of access : 14.01.2014.
27. Андреев, В.В. Описание лептонных распадов в рамках пуанкаре-ковариантной кварковой модели / В.В. Андреев // *Весті НАН Беларусі, Сер.фіз.-мат. навук.* – 2000. – № 2. – С. 93–98.
28. Андреев, В.В. Комптоновская поляризуемость каонов в релятивистской гамильтоновой динамике / В.В. Андреев, А.Ф. Крутов // *Вестник Самарского Государственного Университета, Естественно-научная серия. Специальный выпуск.* – 2004. – С. 111–127.
29. Крутов, А.Ф. Электрослабые свойства легких мезонов в релятивистской модели составных кварков / А.Ф. Крутов // *ЯФ.* – 1997. – Т. 60, № 8. – С. 1442–1450.
30. Крутов, А.Ф. Построение формфакторов составных систем с помощью обобщенной теоремы Вигнера-Экарта для группы Пуанкаре / А.Ф. Крутов, В.Е. Троицкий // *Теоретическая и математическая физика.* – 2005. – Т. 143, № 2. – С. 258–277.
31. Андреев, В.В. Константа радиационного распада векторного мезона в пуанкаре-инвариантной квантовой механике / В.В. Андреев, В.Ю. Гавриш // *Известия ГГУ им. Ф. Скорины.* – 2013. – № 6 (81). – С. 162–166.
32. Bijker, R. Unquenched quark model for baryons : Magnetic moments, spins and orbital angular momenta / R. Bijker, E. Santopinto // *Phys.Rev.* – 2009. – Vol. C 80. – P. 065210.
33. Dothan, Y. Quark magnetic moments / Y. Dothan // *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications.* – 1982. – Vol. 114, № 1–3. – P. 216–220.