Доклады Академии Наук СССР
1953. Том LXXXVIII, № 5

ГЕОФИЗИКА

В. Б. ШТОКМАН

ОБ УЧЕТЕ „БОКОВОГО" ТРЕНИЯ В ДИНАМИКЕ МОРСКИХ ТЕЧЕНИЙ (КРИТИКА РЕЗУЛЬТАТОВ ХИДАКА)

(Представлено академиком В. В. Шулейкиным 12 XII 1952)

Как известно, силы трения R_x и R_y, действующие на частицы морской воды в горизонтальных направлениях X и Y прямоугольной системы координат, можно выразить в зависимости от изменения горизонтальных составляющих скоростей течения u и v по направлениям X, Y, Z следующим образом:

$$R_x = A_l\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(A_z \frac{\partial u}{\partial z}\right); \quad R_y = A_l\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(A_z \frac{\partial v}{\partial z}\right), \quad (1)$$

где A_l — коэффициент «бокового» турбулентного трения, обусловленного горизонтальным переносом количества движения, а A_z — коэффициент турбулентного трения, обусловленного обменом количества движения по вертикали Z. Автор в свое время показал ([1-3]), что в изучении горизонтальной циркуляции, возбуждаемой ветром в неоднородном океане, оказывается весьма плодотворным метод полных потоков. Автором на основании выражения (1) было получено уравнение для функции ψ полных потоков, обусловленных касательным трением ветра τ. Это уравнение имеет следующий вид:

$$\frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 \psi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \psi}{\partial y^4} = -\frac{\operatorname{rot}\tau(x, y)}{A_l}, \quad (2)$$

причем на контуре L береговой черты моря должны выполняться условия

$$\psi_L = 0 \left(\frac{\partial \psi}{\partial n}\right)_L = 0, \quad (3)$$

где n — нормаль к контуру.

Если в выражениях (1) пренебречь изменением скорости по ее направлению, считая $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0$, то уравнение (2) приобретает внешне более простой вид, также указанный нами ранее в нашей работе ([1]):

$$\frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 \psi}{\partial y^4} = -\frac{\operatorname{rot}\tau(x, y)}{A_l}. \quad (4)$$

Для прямоугольного контура уравнение (4) формально будет обладать преимуществом по сравнению с полным уравнением (2), поскольку для такого контура решение (4) с условиями (3) можно найти сравнительно простым путем и притом в общей форме ([1]), тогда как нахождение решения (2) с условиями (3) представляет для прямоугольника очень большие вычислительные трудности. По существу же уравнение (4) будет обладать преимуществом в сравнении с полным уравнением (2) лишь тогда, когда заранее будет обоснована законность пренебрежения в (1) членами $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}$ и когда путем сравнения решений (4) и (2) будет установлено их полное качественное соответствие при незначительном количественном различии.

Так как никаких веских оснований для пренебрежения членами $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}$ в (1) в общем случае нет, за исключением бездоказательных аргументаций Свердрупа [1], и так как сопоставление решений (2) и (4) в общем виде для прямоугольной области задача весьма трудоемкая, то мы предпочли ограничиться в свое время [1] лишь указанием уравнения (4) и его формального решения. Все же конкретные вычисления полных потоков мы проводили на основе уравнения (2), прилагая его к морю круглой [2,3] или эллиптической формы [4] или к прямолинейному каналу [4,5]. Уже после опубликования первых советских работ в области теории ветровой циркуляции в море зарубежные ученые широко воспользовались методом полных потоков для развития той же теории. К сожалению, далеко не во всех работах зарубежных исследователей констатируется приоритет советских ученых в разработке основ новой теории и в применении плодотворного метода полных потоков. В то же время развитие теории ветровой циркуляции в океанах при помощи метода полных потоков зачастую идет за рубежом по неверному пути. Примером тому могут служить четыре работы [6–9], опубликованные недавно известным японским теоретиком мореведом К. Хидака. Во всех упомянутых работах Хидака пользуется упрощенным уравнением (4), дополняя его лишь членом, характеризующим широтное изменение силы Кориолиса.

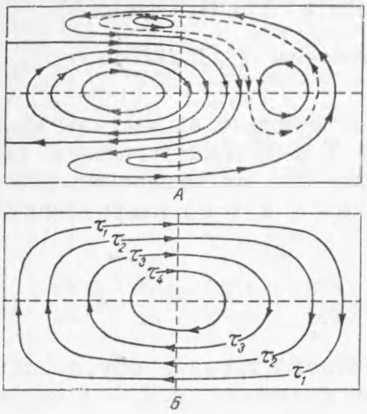

Рис. 1

Для того чтобы вскрыть ошибочность выводов Хидака, характерную для упомянутых его работ, достаточно рассмотреть выводы его статьи [7], посвященной вычислению полных потоков в море прямоугольной формы, которые возбуждаются там симметричной центру моря антициклонической системой касательного трения ветра τ. Несмотря на коренное различие полученных Хидака результатов с наблюдаемой циркуляцией в океане, он пытается найти между ними удовлетворительное согласие для того, чтобы оправдать правомерность делаемых им расчетов. Насколько такие попытки Хидака не обоснованы, видно хотя бы из рассмотрения одной из полученных им схем циркуляции, которая, по его мнению, лучше, чем остальные, согласуется с наблюдаемой циркуляцией в северной половине Тихого океана. Эта схема Хидака изображена на рис. 1 *А*; там же снизу (рис. 1 *Б*) указана антициклоническая система касательного трения ветра τ, которой соответствует схема рис. 1 *А*.

Даже самое беглое сравнение схемы рис. 1 *А* с наблюдаемой обнаруживает их принципиальное различие. Различие это, во-первых, состоит в том, что указанный на рис. 1 *А* циклонический круговорот в правой половине океана противоположен наблюдаемому антициклоническому направлению циркуляции в восточной половине севера

Тихого океана. Во-вторых, антициклонический круговорот, который на схеме рис. 1 *А* смещен к западу от центра прямоугольной области, сплющен не в зональном (как в действительности), а в меридиональном направлении. Из наблюдений известно, что центр антициклонического круговорота прижат к берегам Японии, где наблюдаются максимальные скорости течения (Куросио). На схеме же Хидака максимальными скоростями обладает не прототип Куросио, а западный дрейф, что грубо противоречит наблюдениям. Наконец, в центральной части севера Тихого океана, в противоположность схеме рис. 1 *А*, никогда не наблюдается перенос вод с севера на юг.

Ошибочность выводов Хидака ясна не только из приведенных географических сопоставлений.

В самом деле, кажется весьма неправдоподобным, чтобы циркуляция, возбуждаемая симметричным полем τ, состоящим из одного антициклонического вихря (рис. 1 *Б*), распадалась на отдельные круговороты противоположных знаков. Здесь естественно возникает вопрос, не кроется ли причина странных выводов Хидака в том, что он вместо полного уравнения (2) всюду пользуется уравнением (4), необоснованно пренебрегая составляющими бокового трения, зависящими от изменения скорости по ее направлению.

Коль скоро речь идет о циркуляции, возбуждаемой такой системой τ, которая обладает круговой симметрией, то целесообразно сопоставить решения уравнений (2) и (4) для моря круглой формы. При этом мы пренебрежем эффектом широтного изменения кориолисовой силы и исследуем действие бокового трения в чистом виде.

Преобразуя уравнение (2) к полярной системе координат (r, θ) получим:

$$\frac{\partial^4\psi}{\partial r^4}+\frac{2}{r}\frac{\partial^3\psi}{\partial r^3}-\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}+\frac{1}{r^3}\frac{\partial\psi}{\partial r}+\frac{2}{r^2}\frac{\partial^4\psi}{\partial\theta^2\,\partial r^2}+$$

$$+\frac{2}{r^3}\frac{\partial^3\psi}{\partial\theta^2\,\partial r}-\frac{8}{r^4}\frac{\partial^2\psi}{\partial\theta^2}+\frac{1}{r^4}\frac{\partial^4\psi}{\partial\theta^4}=-\frac{1}{A_l}\left(\frac{\tau(r)}{r}+\frac{\partial\tau(r)}{\partial r}\right). \qquad (2')$$

Если задать вопрос, возможно ли решение (2′), зависящее только от r, то на этот вопрос можно ответить удовлетворительно, ибо в таком случае концентрическое движение будет описываться первыми четырьмя членами в левой части (2′).

Преобразуя же (4) к полярной системе координат, мы получим необычайно громоздкое выражение из 14 членов. Уже это обстоятельство может служить предостерегающим сигналом, говорящим о том, что более «простое» уравнение (4) в полярной системе координат будет неизмеримо сложнее полного уравнения (2). Преобразованное к полярной системе координат уравнение (4) запишется в форме:

$$\frac{\partial^4\psi}{\partial r^4}(\sin^4\theta+\cos^4\theta)+12\,\frac{\partial^3\psi}{\partial r^3}\,\frac{\sin^2\theta\cos^2\theta}{r}+3\,\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}\,\frac{(\sin^4\theta+\cos^4\theta-8\sin^2\theta\cos^2\theta)}{r^2}+$$

$$+3\,\frac{\partial\psi}{\partial r}\,\frac{(8\sin^2\theta\cos^2\theta-\sin^4\theta-\cos^4\theta)}{r^3}+F\left(\frac{\partial\psi}{\partial\theta},\ \frac{\partial^2\psi}{\partial r\,\partial\theta},\ \frac{\partial^4\psi}{\partial\theta^4},\ldots\right)=$$

$$=-\frac{1}{A_l}\left[\frac{\tau(r)}{r}+\frac{\partial\tau(r)}{\partial r}\right]. \qquad (4')$$

В уравнении (4′) через $F\ (\quad)$ обозначена сумма 10 членов, содержащих производные ψ и θ.

Как видим, на вопрос о возможности движения с круговой симметрией (ψ должно зависеть только от r) уравнение (4′) дает отрицательный ответ, ибо все члены этого уравнения тем или иным образом зависят от θ. Таким образом, мы приходим к заключению, что если полное уравнение (2′) может иметь решения с круговой симметрией, то «простое» уравнение (4′) таких решений иметь не может. Следовательно, мы должны придти к выводу о том, что уравнение (4′) не может быть даже приближением полного уравнения (2′), ибо решения обоих уравнений качественно различны.

Физический смысл ошибки Хидака заключается, очевидно, в том, что он в членах бокового трения пренебрег изменением скорости по их направлению, что в случае концентрической системы τ делать нельзя. Действительно, линии полных потоков должны обладать значительной кривизной не только вблизи углов прямоугольной области, но и в центральной ее части, ибо кривизна изолиний τ, непрерывно меняясь, возрастает с приближением к центру области. Отсюда явствует, что изменение скоростей течения будет значительным не только в поперечном, но и в продольном направлении течения.

Таким образом, расчеты Хидака с физической и математической точек зрения поставлены некорректно.

Членами $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}$ в выражениях (1) можно было бы пренебречь лишь в случае прямолинейной системы ветра, дующего вдоль большой оси прямоугольного моря, и притом для центрального, поперечного ветру его сечения.

Институт океанологии
Академии наук СССР

Поступило
10 XII 1952

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] В. Б. Штокман, ДАН, 54, № 5 (1946). [2] В. Б. Штокман, ДАН, 54, № 8 (1946). [3] В. Б. Штокман, Тр. Ин-та океанологии АН СССР, 3 (1949). [4] В. Б. Штокман, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 5 (1952). [5] В. Б. Штокман, там же, № 6 (1952). [6] K. Hidaka, J. Mar. Res., 8 (2) (1949). [7] K. Hidaka, ibid., 9 (2) (1950). [8] K. Hidaka, Oceanogr. Mag., 2 (1) (1950). [9] K. Hidaka, ibid., 1 (4) (1949).