Доклады Академии Наук СССР
1953. Том LXXXVIII, № 5

ФИЗИКА

И. Б. БОРОВСКИЙ и П. А. БЕЗИРГАНЯН

ДИФФРАКЦИЯ РЕНТГЕНОВСКИХ ЛУЧЕЙ НА ИЗОГНУТЫХ КРИСТАЛЛАХ

КИНЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ — СЛУЧАЙ НА ОТРАЖЕНИЕ

(Представлено академиком А. А. Лебедевым 14 XI 1952)

В работе ([1]) нами была построена кинематическая теория диффракции рентгеновских лучей для так называемого случая на прохождение. Последний соответствует расположению источника излучения с выпуклой стороны изогнутого кристалла, а условия максимума интерференции находятся для излучения, прошедшего сквозь кристалл.

В настоящей работе строится аналогичное решение, но для так называемого случая на отражение, когда источник излучений и интерференционные максимумы расположены с одной, вогнутой стороны изогнутого кристалла (см. рис. 1).

Сохраняя обозначения предыдущей статьи ([1]) * и пользуясь обозначениями, приведенными на рис. 1, 2 и 3, легко получим выражение для волны, отраженной от трехмерного изогнутого кристалла. Она запишется в виде следующей суммы:

$$G = \frac{f}{R}\frac{e^2}{mc^2}\exp\left\{i\left[\omega t + kR + c_1 - \frac{c_0(L-1)\sin\alpha}{2}k\right\}\frac{\sin\dfrac{c_0L\sin\alpha}{2}k}{\sin\dfrac{c_0k\sin\alpha}{2}}\times$$

$$\times\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=-\frac{N-1}{2}}^{n=+\frac{N-1}{2}}\exp\{ic_2(r_0+am)\cos(y+n\varphi_0)\}. \qquad (1)$$

Рассчитаем сумму

$$S=\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=-\frac{N-1}{2}}^{n=\frac{N-1}{2}}\exp\{ic_2(r_0+am)\cos(y+n\varphi_0)\}.$$

После суммирования по m получим:

$$S=\sum_{n=-\frac{N-1}{2}}^{n=\frac{N-1}{2}}\exp\{ic_2R\cos(y+n\varphi_0)\}\frac{\sin M\dfrac{ac_2\cos(y+n\varphi_0)}{2}}{\sin\dfrac{ac_2\cos(y+n\varphi_0)}{2}}.$$

---

* Только в этом случае c_2 имеет значение $c_2 = 2k\cos\dfrac{\alpha_0+\beta_0}{2}$.

Множитель $\dfrac{\sin M\,\dfrac{ac_2\cos(y+n\varphi_0)}{2}}{\sin\,\dfrac{ac_2\cos(y+n\varphi_0)}{2}}$ имеет максимальное значение при

условии
$$\frac{ac_2\cos(y+n\varphi_0)}{2}=\sigma_2\pi,$$

что дает
$$a(\cos\alpha_n-\cos\beta_n)=\sigma_2\pi.$$

σ_2 может принимать все целочисленные значения, кроме нуля: $\sigma_2=1,2,3$ (см. рис. 2).

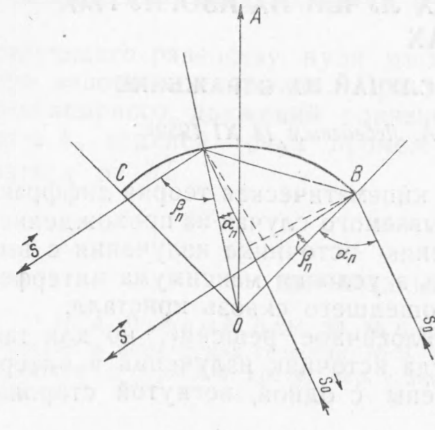

Рис. 1

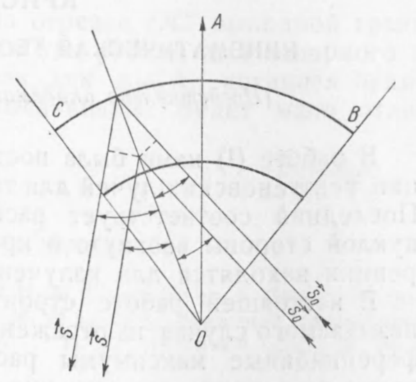

Рис. 2

Сумму S можно взять в следующих пределах (поскольку вне этих пределов она близка к нулю):

$$S=\sum_{ac_2\cos(y+n\varphi_0)=2\pi-2\pi/M}^{ac_2\cos(y+n\varphi_0)=2\pi+2\pi/M}\exp\{ic_2\cos(y+n\varphi_0)\}\,\frac{\sin M\,\dfrac{ac_2\sin(y+n\varphi_0)}{2}}{\sin\,\dfrac{ac_2\sin(y+n\varphi_0)}{2}}.$$

В таком случае можно доказать, что даже максимальное значение $n\varphi_0$ есть малая величина.

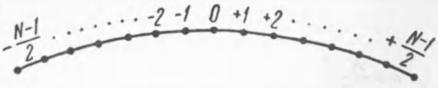

Рис. 3

В самом деле, величина $\dfrac{ac_2\cos(y+n\varphi_0)}{2}$ для $\sigma=1$ изменяется в следующих пределах:

$$\pi-\frac{\pi}{M}\leqslant\frac{ac_2\cos(y+n\varphi_0)}{2}\leqslant\pi+\frac{\pi}{M}.$$

При $n=0$
$$\frac{ac_2\cos y}{2}=\pi;$$

при $n=n_{\max}$

$$\frac{ac_2 \cos(y + n\varphi_0)}{2} = \pi + \frac{\pi}{M},$$

откуда

$$\cos(y + n_{\max}\varphi_0) = \cos y + \cos y / M.$$

Следовательно, величина $n_{\max}\varphi_0 = (n\varphi_0)_{\max}$ имеет порядок величины $\cos y / M \sim 10^{-6}$.

В таком случае можно с хорошим приближением написать:

$$\frac{ac_2}{2} \cos(y + n\varphi_0) = \frac{ac_2 \cos y}{2} - \frac{ac_2}{2} \varphi_0 n \sin y$$

или $\frac{ac_2}{2} \cos(y + n\varphi_0) = \pi - B_1 n$, где $B_1 = \frac{ac_2 \sin y}{2} \varphi_0$.

Таким образом, для S получим

$$S = \sum_{n=-N_1}^{n=N_2} e^{iA_1} e^{iAn} \frac{\sin(\pi - B_1 n) M}{\sin(\pi - B_1 n)},$$

где

$$A_1 = c_2 R \cos y,\ A = c_2 R \varphi_0 \sin y,\ N_1 = \frac{2\pi}{ac_2 M \varphi_0 \sin y},$$

или

$$S = e^{iA_1} \sum_{n=-N_1}^{n=N_1} e^{iAn} \frac{\sin(MB_1 n)}{\sin(B_1 n)}.$$

Имея в виду малость величины $B_1 n$, получим:

$$S = \frac{2}{ac_2\varphi_0 \sin y} e^{iA_1} \sum_{n=-N_1}^{n=+N_1} \frac{\cos(An)\sin(B_1 n)}{n}.$$

Дальнейший ход решения тот же самый, что и для случая прохождения ([1]).

Следовательно, в случае на отражение, когда удовлетворяется условие $\sigma_2 = 1$, для суммы S получим

$$S = \frac{1}{ac_2\varphi_0 \sin y} e^{iA_1} \int_{-B_1}^{+B_1} \frac{\sin \frac{2N+1}{2}(A + t)}{\sin\left(\frac{A+t}{2}\right)} dt.$$

Условия максимума интерференции для случая на отражение запишутся:

1. $c_0 \sin\alpha = \sigma_1 \lambda$.
2. $a(\cos\alpha_n + \cos\beta_n) = \sigma_2 \lambda$.
3. $\sigma_3\pi - B \leqslant A \leqslant \sigma_3\pi + B_1$.

Имея в виду, что в этом случае величины A и B имеют значения

$$A = c_2 R \sin y\varphi_0, \quad B = \frac{ac_2 \sin y\varphi_0}{2} M,$$

третье условие можем записать в следующем виде:

$$\sigma_3\pi - B \leqslant \frac{b_c}{\lambda}(\sin\alpha_n - \sin\beta_n) \leqslant \sigma_3\pi + B,$$

где b_c — период по средней дуге.

Таким образом, последнее условие возникновения интерференционного максимума имеет тот же вид, что и в случае метода на прохождение, и отличается только шириной угловой области максимального значения.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
6 XI 1952

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] И. Б. Боровский, П. А. Безирганян, ДАН, 88, № 4 (1953).