Доклады Академии Наук СССР
1953. Том LXXXVIII, № 2

АСТРОНОМИЯ

Член-корреспондент АН СССР В. К. АРКАДЬЕВ

О РАСПАДЕ АСТЕРОИДОВ

Так как имеются данные, указывающие на происходящий и теперь распад астероидов на части, то небезынтересно рассмотреть возможные обстоятельства их самопроизвольного разрушения. Столкновение астероидов, как причину их разрушения, мы исключаем из рассмотрения.

Самопроизвольное разрушение может быть двоякого рода: раздавливание и разрыв.

а) Несферический астероид вследствие уменьшения с течением времени [1] его коэффициента прочности на сжатие σ или вследствие уменьшения скорости вращения около своей оси может претерпеть раздавливание под действием силы притяжения его удаленных друг от друга концов. Вращение около оси двух удлиненных сблизившихся астероидов может превратиться в их колебания (либрации). Раздавливание астероидов должно сопровождаться разбрасыванием в стороны образующихся осколков и повышением температуры.

б) Вращающийся астероид под действием центробежной силы может претерпеть разрыв по причине уменьшения со временем [1] коэффициента сопротивления на разрыв σ_b или под действием приливных сил, если он попадет в неоднородное поле тяготения соседних тел.

1. Укажем сначала условия, при которых невращающийся астероид может иметь продолговатую форму.

В работе 1950 г. [2] было выяснено, что твердое тело удлиненной формы не может иметь произвольно большие размеры вследствие притяжения удаленных концов и появления в средней части тела сил одностороннего давления, вызывающих разрушение. Было найдено, что цилиндр при определенном объеме обладает наименьшей прочностью при относительной длине $\Lambda = L/2R = 4{,}5$. Тогда предельная длина цилиндра

$$H = \frac{160}{\delta}\sqrt{\sigma}\ \text{км}. \tag{1}$$

Здесь σ — прочность вещества на раздавливание в кг/см², δ — его плотность в г/см³. Для цилиндра из гранита H порядка 1000—4000 км, для цилиндра из железа 2000 км, из льда около 300 км и из свинца 170 км. Приблизительно те же числа получаются для высоты тетраэдра и для октаэдра.

Если известны длина неустойчивого цилиндра L и его диаметр $2R$, то наши формулы позволяют найти предельно малое значение σ/δ^2 как характеристику вещества астероида. Если $1{,}5 < \Lambda < 15$, то для цилиндра, готового разрушиться,

$$\sigma = \left(\frac{L\delta}{52{,}5 + 23{,}4\,\Lambda}\right)^2 \text{кГ/см}^2. \tag{2}$$

Для астероида Эроса ([3]) $L=35$ км, $2R=11$ км и $\Lambda=3{,}18$. Если бы Эрос не вращался, то при $\delta=3$ σ не могла бы быть меньше 0,68 кг/см². Таким малым σ обладают только исключительно рыхлые породы.

2. Для вращающегося цилиндра условия будут иные. Если ось вращения перпендикулярна его длине, то центробежная сила, растягивающая цилиндр в его средине, вызывает натяжение

$$P_ц = {}^1/_2\,\delta\omega^2 l^2. \tag{3}$$

Здесь l — половина его длины, ω — угловая скорость вращения.

Представим себе, что цилиндр состоит из двух отдельных половин длины l, соприкасающихся и давящих одна на другую.

Для сплошного длинного цилиндра давление в середине

$$P = 2\pi k\delta^2 l^2 p, \tag{4}$$

где постоянная тяготения $k=6{,}67\cdot10^{-8}$, а p определяется диаграммой ([2]) (на ее правом верхнем углу отсутствует множитель 10^{-1}). Теперь результирующее давление

$$P - P_ц = 2\pi\delta\,l^2\left[k\,\delta\,p - \frac{\omega^2}{4\pi}\right]. \tag{5}$$

Если $P=P_ц$, то натяжение в середине равно нулю. Это соответствует критической частоте ω_2, когда

$$\frac{\omega_2^2}{2\pi k\delta} = 2p\,(\Lambda). \tag{6}$$

Если $\omega>\omega_2$, то имеет место растяжение цилиндра и его целости угрожает разрыв; если $\omega<\omega_2$, то цилиндр испытывает сжатие и ему угрожает раздавливание или обвал поверхностных слоев. Вычислим критическую частоту ω_2 для Λ цилиндра наименьшего объема, при котором начинается его разрушение, именно при длине $\Lambda=4{,}48$, когда $p=0{,}038$. Уравнение (6) приводит к выражению T в часах

$$T_2\sqrt{\delta} = 9{,}85. \tag{7}$$

Этот период, как мы видим, зависит только от плотности цилиндра δ. Для гранита ($\delta=2{,}7$) $T_2=5\,{}^1/_4$ часа, для железа 3 часа и для свинца $2\,{}^1/_2$ часа.

Если цилиндр состоит из двух отдельных половин, то при более коротком периоде они разойдутся в разные стороны. Если же период больше T_2, то половины его будут плотно прилегать друг к другу.

При $T>T_2$ давление P уменьшено на $P_ц$, так что раздавливание происходит при

$$P_1 - \frac{P_2}{2} - P_ц = \sigma. \tag{8}$$

При $T<T_2$ разрывающее усилие $P_ц$ уменьшено притяжением P_1, но разрыву помогает боковое раздавливающее усилие P_2, создающее у оси вращения трещины, способствующие разрыву. Поэтому при разрыве

$$P_ц - P_1 + P_2 = \sigma_b, \tag{9}$$

где σ_b — прочность материала на разрыв. Поэтому для вращающегося цилиндра мы получаем при $T>T_2$

$$\sigma = 2\pi k\delta^2 l^2\,(p_1 - {}^1/_2\,p_2) - {}^1/_2\,\omega_1^2\,\delta l^2 \tag{10}$$

и при $T<T_2$

$$-\sigma_b = 2\pi k\delta^2 l^2\,(p_1 - p_2) - {}^1/_2\,\omega_3^2\,\delta l^2. \tag{11}$$

Из уравнений (10), (11) между прочим следует, что при увеличении частоты вращения, когда частота ω переходит через $2\pi / T_2 = \omega_2$ и силы сдавливания переходят в силы растяжения, этот переход происходит не непрерывно, а скачком (рис. 1). Это обусловлено тем, что боковое давление способствует целости цилиндра у оси при сдавливании, но вредит при его растяжении. Частота несколько меньшая ω_2 отвечает наибольшей прочности цилиндра. При чрезмерном уменьшении ω вращающемуся цилиндру грозит обвал. Этому соответствует частота $\omega_1 = 2\pi / T_1$; при увеличении ω происходит разрыв при частоте ω_3.

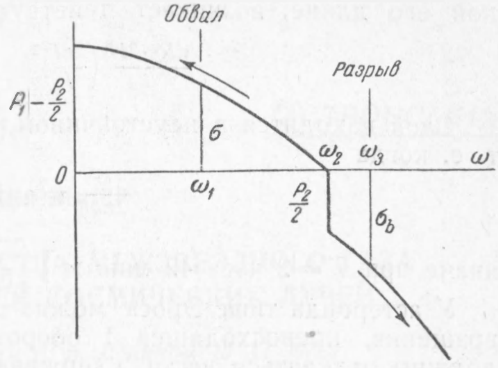

Рис. 1

Левая половина второй части уравнения (11) в случае малых размеров тела исчезает, и мы получим для предельной скорости вращения цилиндра

$$\omega_3 = \frac{1}{l}\sqrt{\frac{2\sigma_b}{\delta}}. \tag{12}$$

Так, стержень из стали произвольного диаметра длиной $2l = 1$ м при $\sigma_b = 6000$ кг / см^2 и $\delta = 7{,}8$ разрывается при $\omega_3 = 760$ радиан / сек.

Если $T > T_2$, то по уравнению (12) можно определить нижний предел σ_b / δ материала. Именно, независимо от Λ длинного цилиндра можно вычислить его характеристику σ_b / δ:

$$\frac{\sigma_b}{\delta} \geqslant \frac{\omega_3^2 l^2}{2}. \tag{13}$$

Как первое приближение для астероида Эрос ([3]) ($T = 18950$ сек., $l = 1{,}75 \cdot 10^6$) можно получить верхний предел, не учитывающий сил сжатия, $\sigma_b / \delta \geqslant 2 \cdot 10^5$ cgs. Полагая $\delta = 3$, получим $\sigma_b = 0{,}6$ кг / см^2.

Для Эроса $\Lambda = 3{,}18$, $p = 0{,}063$ (см. диаграмму ([2])), почему

$$T_2 \sqrt{\delta} = 2{,}74 \cdot 10^4.$$

Полагая $\delta = 3$, найдем $T_2 = 4{,}40$ часа. Его период равен 5 час. 16 мин.- следовательно, $T > T_2$. Вычисляя по уравнению (10), найдем, что давление в средине составляет 0,22 кг / см^2. Так как Эрос наблюдается десятилетиями и не разрушается, значит, прочность его вещества не менее 0,22 кг / см^2.

При третьей критической частоте вращения

$$\omega_3^2 = 2\,\frac{\sigma_b + 2\pi k\delta^2 l^2 (p_1 - p_2)}{\delta l^2}$$

цилиндр может разорваться при малейшем поводе. Этому может способствовать прохождение его в неоднородном поле тяготения других тел и уменьшение σ_b со временем.

3. Пусть на конце цилиндра находится слой толщины $2h$, ничем с цилиндром не связанный, кроме силы тяготения. Легко вычислить, что сила притяжения слоя с массой $\pi R^2 \cdot 2h\delta$ равна

$$2\pi R^2 \delta h \cdot 2\pi k\delta [2l + \sqrt{R^2 + h^2} - \sqrt{(2l + h)^2 + R^2}].$$

Пренебрегая величиной h под корнями, получим при $l / \Lambda = \rho < 1$:

$$4\pi^2 k\delta^2 R^3 h \left(1 - \frac{\rho}{4}\right).$$

При вращении цилиндра с периодом T около оси, перпендикулярной его длине, возникает действующая на слой центробежная сила

$$\frac{\pi R^2 \cdot 2h\delta}{l} \left(\frac{2\pi l}{T}\right)^2 = 2\pi\Lambda R^3 h\delta\omega^2.$$

Слой находится в неустойчивом равновесии, когда обе силы равны, т. е. когда

$$\frac{\omega^2}{2\pi k\delta} = \rho\left(1 - \frac{\rho}{4}\right),$$

иначе при $T = 2$ часа 42 мин. $\times \sqrt{\frac{\Lambda}{(1 - \rho/4)\,\delta}}$.

У астероида типа Эроса можно принять, что $\delta \approx \Lambda$. При скорости вращения, превосходящей 1 оборот в 2 часа 42 мин., с его конца должны отделяться части, удерживаемые тяготением.

Пусть шар вращается с периодом T. Частица на экваторе находится в безразличном равновесии, когда

$$T\sqrt{\delta} \cong 2{,}2.$$

Таким образом, нежелезные астероиды, имеющие форму цилиндра с Λ от 3 до Λ шара, т. е. до $\Lambda = 1$, при периодах обращения от 3 час. до $1^1/_2$ часа могут терять части, утратившие связь с астероидом. Для шарообразного железного астероида $\delta = 7{,}8$ и $T = 47$ мин.

Это значит, что тела с периодом обращения от 1 часа и больше могут служить источником метеоров: если вследствие влияния попутных или встречных астероидов, вследствие перемен температуры или усталости материала связь отдельных частей астероида ослабнет, то у экватора наступит отделение этих частей, и тогда возможно их падение на другие тела, в частности на Землю.

Выводы

1. Полученные из наблюдений размеры продолговатого астероида Эроса вполне оправдываются полученными формулами, так как его длина (22 мили или 35 км) значительно меньше предельной длины для того материала, из которого он может состоять.

2. Малые планеты (сотни и десятки километров) могут иметь сильно растянутую форму.

3. Исходя из плотности и прочности на сжатие метеоритов и пород земной коры, можно определенно сказать, что тела с формой Эроса не могут иметь длину больше 4000 км (гранит, железо).

4. При вращении около Солнца малых планет удлиненной формы происходит их периодическое нагревание и охлаждение, а также действие приливных сил как Солнца, так и встречных астероидов. Все это расшатывает их структуру. При вращении такой планеты со скоростью, близкой к критической, через некоторое время может наступить ее разрыв на две или много частей, который даст начало потоку метеоров. Так можно объяснить спорадическое появление метеоритов.

Поступило
28 X 1952

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Фр. Берч, Дж. Шерер, Г. Спайсер, Справочник для геологов по физическим константам, пер. под ред. А. П. Виноградова, 1949, 16. [2] В. К. Аркадьев, ДАН, 71, № 5, 843 (1950). [3] P. Watston, J. of the Brit. Astron. Assoc., 47, No. 10 (1937).