

Е. В. ПЯСКОВСКАЯ-ФЕСЕНКОВА

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА АТМОСФЕРНЫХ ИНДИКАТРИС РАССЕЯНИЯ СВЕТА

(Представлено академиком В. Г. Фесенковым 4 XI 1952)

Величина μ/τ для разных углов рассеяния ϑ может характеризовать закон рассеяния света. Здесь $\mu = \sigma f(\vartheta)$ — коэффициент рассеяния под углом ϑ ; $f(\vartheta)$ — относительная индикатриса рассеяния; $\tau = 2\pi \int_0^\pi \mu \sin \vartheta d\vartheta$ — оптическая толщина атмосферы при отсутствии чистого поглощения в данном участке спектра.

На основании своего наблюдательного материала я показала, что для некоторого угла рассеяния, находящегося в интервале $55^\circ \leq \vartheta \leq 60^\circ$, μ/τ не зависит от формы атмосферной индикатрисы рассеяния и длины световой волны, по крайней мере в визуальной области спектра, и равна μ/τ для сферического рассеяния, т. е. $1/4\pi$. Это означает, что абсолютные индикатрисы рассеяния — атмосферная и сферическая — при равенстве τ пересекаются при ϑ , находящемся в указанном интервале (абсолютной индикатрисой рассеяния света назовем такую, у которой по радиусам-векторам отложены соответствующие μ).

Этот вывод был мною проверен на другом наблюдательном материале. В 1942 г. в Ташкенте В. А. Крат совместно с сотрудниками проводил наблюдения яркости неба с фотоэлектрическим фотометром в течение многих дней. Кроме того, визуально определялась яркость неба в течение нескольких ночей (1). В. А. Крат представил атмосферную относительную индикатрису рассеяния выражением

$$f(\vartheta) = [1 + p(e^{-3\vartheta} - 0,009) + q \cos^2 \vartheta]. \quad (1)$$

На основании своих наблюдений яркости неба он определил параметры индикатрис в выражении (1). Этот материал был мною использован для нахождения ϑ , при котором пересекаются индикатрисы вида Крата со сферической, затем с релеевской, а также между собой при равенстве τ .

Найдем условие пересечения абсолютных индикатрис рассеяния вида Крата и сферической. Абсолютные индикатрисы рассеяния и оптические толщи выразятся следующим образом:

$$\mu_1 = \sigma_1 [1 + p(e^{-3\vartheta} - 0,009) + q \cos^2 \vartheta]; \quad \tau_1 = 4\pi\sigma_1 (1 + 0,041p + 1/3q);$$
$$\mu_2 = \sigma_2; \quad \tau_2 = 4\pi\sigma_2.$$

Для ϑ , при котором происходит пересечение обеих индикатрис, $\mu_1 = \mu_2$. Если $\tau_1 = \tau_2$, то обе индикатрисы пересекутся при том ϑ , для

которого соблюдается условие

$$f_1(\vartheta) = 1 + 0,041p + \frac{1}{3}q. \quad (2)$$

Из индикатрис, полученных В. А. Кратом, мною были выбраны 4 с различным эффектом Ми, причем одна из них ночная, именно: 22 V, 27 V, 28 V (ночная) и 29 VI. Параметры p из выражения (1), соответственно: 17,6; 13,4; 4,5; 6,0. Чем больше параметр p , тем больше эффект Ми. В предположении равенства τ все эти индикатрисы рассеяния пересекаются со сферической при $\vartheta = 56-57^\circ$. Кроме того, две последние, наименее вытянутые, пересекаются еще при $\vartheta = 140-160^\circ$. Две индикатрисы с большим эффектом Ми пересеклись со сферической только один раз при указанном выше ϑ .

Условие пересечения абсолютных индикатрис вида Крата и релейской при равных τ следующее:

$$f_1(\vartheta) = \frac{3}{4}(1 + 0,041p + \frac{1}{3}q) f_3(\vartheta) = kf_3(\vartheta). \quad (3)$$

Условие пересечения двух абсолютных индикатрис вида Крата при равных τ следующее:

$$f_1(\vartheta) = \frac{1 + 0,041p_1 + \frac{1}{3}q_1}{1 + 0,041p_i + \frac{1}{3}q_i} f_i(\vartheta) = m_i f_i(\vartheta). \quad (4)$$

Из тех же индикатрис В. А. Крата мною были выбраны 9 с различным эффектом Ми и определены ϑ , при которых пересекутся 8 индикатрис с одной из них с наибольшим эффектом Ми [$f_1(\vartheta)$] предполагая во всех случаях равенство τ . В табл. 1 приведены значения $f_1(\vartheta)$ и $m_i f_i(\vartheta)$ из равенства (4) для различных индикатрис. №№ 1-7 относятся к дневным наблюдениям, №№ 8, 9 — к ночным и № 10 — к релейскому рассеянию.

Таблица 1

ϑ в °	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5	№ 6	№ 7	№ 8	№ 9	№ 10 Релей
	19 VIII	27 V	7 VI	24 II	29 VI	19 XI	26 XI	29 V	28 V	
	p									
	16,8	13,4	11,8	7,3	6,0	3,0	1,9	3,3	4,5	
	$f_1(\vartheta)$	$m_i f_i(\vartheta)$								$kf_3(\vartheta)$
10	10,94	9,64	9,85	6,51	6,10	4,44	3,82	4,53	5,27	2,56
20	6,86	6,16	6,07	4,64	4,29	3,49	3,15	3,38	3,84	2,44
40	2,99	2,83	2,69	2,60	2,43	2,31	2,24	2,20	2,34	2,07
60	1,61	1,62	1,70	1,57	1,63	1,60	1,60	1,66	1,63	1,62
80	1,11	1,16	1,43	1,08	1,26	1,22	1,26	1,41	1,31	1,34
90	1,00	1,06	1,35	0,99	1,20	1,16	1,20	1,37	1,25	1,30
100	0,94	1,02	1,26	1,00	1,20	1,19	1,23	1,37	1,25	1,34
120	0,91	1,02	1,03	1,27	1,32	1,45	1,51	1,47	1,40	1,62
140	0,94	1,09	0,75	1,71	1,55	1,88	1,96	1,65	1,64	2,07

Видно, что все эти индикатрисы при равенстве τ пересекаются вблизи $\vartheta = 60^\circ$, в согласии с тем, что было найдено из моих наблюдений, причем чем больше различие в форме индикатрис, тем резче выявляется факт пересечения вблизи этого ϑ . При формах, близких друг к другу, происходит совпадение их в некотором интервале, всегда включающем $\vartheta = 60^\circ$.

Условие пересечения абсолютных индикатрис сферической и релейской при разных τ следующее:

$$\cos^2 \vartheta = \frac{1}{3}. \quad (5)$$

Следовательно, обе индикатрисы пересекаются при $\vartheta = 54^\circ 44'$ и $125^\circ 16'$.

Таким образом, все атмосферные абсолютные индикатрисы рассеяния, от наименее до наиболее вытянутой, включая релеевскую, пересекаются при равенстве τ со сферической при $55^\circ \leq \vartheta \leq 60^\circ$. Если индикатриса не сильно вытянута, то она имеет еще второй угол пересечения со сферической. Для релеевской индикатрисы этот угол равен $125^\circ 16'$, для наименее вытянутой, наблюдаемой мною в пустыне 12 X, — около 130° . С увеличением вытянутости индикатрисы «вперед» второй угол пересечения со сферической отодвигается в сторону больших ϑ . Чем больше индикатриса вытягивается «вперед», тем она больше сжимается в обратном направлении «назад». Поэтому сильно вытянутые индикатрисы не имеют второго угла пересечения со сферической. Таким образом все теоретические расчеты могут производиться в области $55^\circ \leq \vartheta \leq 60^\circ$ со сферической индикатрисой и применимы к реальной атмосфере.

Итак, для атмосферы всегда соблюдается условие

$$\frac{\mu}{\tau} = \frac{f(\vartheta)}{2\pi \int_0^\pi f(\vartheta) \sin \vartheta d\vartheta} = \frac{1}{4\pi} \quad (6)$$

для некоторого ϑ' , находящегося в интервале $55^\circ \leq \vartheta \leq 60^\circ$. Очевидно, что равенство (6) может соблюдаться только в том случае, если $f(\vartheta')$ есть средний радиус-вектор индикатрисы рассеяния, именно, $f(\vartheta') = \bar{f}(\vartheta)$. Таким образом, средний радиус-вектор индикатрисы соответствует тому ϑ , при котором пересекаются абсолютные индикатрисы атмосферная и сферическая при равных τ . Поэтому для атмосферы всегда имеет место соотношение

$$\int_0^\pi f(\vartheta) \sin \vartheta d\vartheta = 2f(55-60^\circ). \quad (7)$$

Таблица 2

	ϑ	$2f(\vartheta')$	$\int_0^\pi f(\vartheta) \sin \vartheta d\vartheta$	Δ в %
28 VIII, Горн. obs.	57°	2,88	2,94	2,0
12 X, пустыня	55	2,56	2,58	0,8
Средн., $\lambda = 476$ мμ	57	2,76	2,77	0,4
Средн., $\lambda = 546$ мμ	57	2,80	2,85	1,8
Средн., $\lambda = 625$ мμ	57	2,94	2,94	0
Инд. Крата 28 V ночн.	57	2,76	2,86	3,5
Инд. Крата 29 VI	56	2,88	2,85	-1,1
Инд. Крата 27 V	57	3,26	3,21	-1,6
Инд. Крата 22 V	56,5	3,80	3,74	-1,6
Инд. Релея	$54^\circ, 44'$	2,66	2,66	0

В табл. 2 даны значения $2f(\vartheta')$ для ϑ' , при котором происходит пересечение абсолютных индикатрис атмосферной и сферической при равных τ ; кроме того, даны соответствующие величины $\int_0^\pi f(\vartheta) \sin \vartheta d\vartheta$

для наиболее вытянутой из всех наблюдаемых мною индикатрис (28 VIII), для наименее вытянутой (12 X), для средних индикатрис, полученных на основании всего моего наблюдательного материала для 3 длин волн, для 4 индикатрис В. А. Крата и для релеевского рассеяния.

Видно, что для релеевского рассеяния соотношение (7) соблюдается точно, для атмосферного — с некоторой погрешностью, не превышающей 3,5%.

Индикатрису рассеяния часто нормируют так, что $f(90^\circ) = 1$. Однако естественно принять $f(\vartheta) = 1$ для того ϑ , для которого μ/τ является величиной постоянной, равной $1/4\pi$ при всех формах атмосферной индикатрисы рассеяния. Тогда с некоторой погрешностью для всех форм атмосферной индикатрисы будет соблюдаться условие

$$\int_0^\pi f(\vartheta) \sin \vartheta d\vartheta = 2, \quad (8)$$

как это видно из (6), и, следовательно, для всех ϑ с небольшой погрешностью $f(\vartheta) = 4\pi \frac{\mu}{\tau}$. Поскольку для релеевского рассеяния $\mu/\tau = 1/4\pi$ для $\vartheta = 54^\circ 44'$, а для атмосферного для $55^\circ \leq \vartheta \leq 60^\circ$, то удобно принять $f(55^\circ) = 1$. Можно оценить ошибку, которую мы сделаем, принимая это условие. Необходимо показать, что $\int_0^\pi f(\vartheta) \sin \vartheta d\vartheta = 2$ при

Таблица 3

Значения $\int_0^\pi f(\vartheta) \sin \vartheta d\vartheta$

	$f(90^\circ) = 1$	$f(57^\circ) = 1$	$f(55^\circ) = 1$
28 VIII, Горн. обс.	2,94	2,04	1,95
12 X, пустыня	2,58	2,06	2,01
Средн., $\lambda = 476 \text{ м}\mu$	2,77	2,01	1,95
Средн., $\lambda = 546 \text{ м}\mu$	2,85	2,04	1,97
Средн., $\lambda = 625 \text{ м}\mu$	2,94	2,01	1,93
Наибольш. откл. от 2	—	3%	3,5%
Инд. Крата 28 V ночн.	2,86	2,01	1,95
Инд. Крата 29 VI	2,85	2,01	1,94
Инд. Крата 27 V	3,21	1,98	1,88
Инд. Крата 22 V	3,74	1,98	1,85
Наибольш. откл. от 2	—	1%	7,5%
Различие между наибольш. и наименьш. в % от среднего между ними	36,5%	4%	8,3%
Инд. Релея	2,66	2,05	2,00
Сферич. инд.	2,00	2,00	2,00

условии $f(55^\circ) = 1$ при всех формах атмосферной индикатрисы рассеяния, так как только в этом случае $\mu/\tau = 1/4\pi$. В табл. 3 даны значения этого интеграла при условии $f(90^\circ) = 1$, $f(57^\circ) = 1$ и $f(55^\circ) = 1$ для тех же форм индикатрис, которые даны в табл. 2.

Видно, что атмосферные индикатрисы пересекаются со сферической при равных τ , как правило, при $\vartheta = 57^\circ$. Принятие нормировки $f(55^\circ) = 1$ влечет за собой ошибку для наиболее вытянутых индикатрис до 7,5%. С уменьшением вытянутости эта ошибка уменьшается.

В теории рассеяния индикатриса выражает вероятность рассеяния света под углом ϑ . Поскольку достоверно,

что под каким-то углом рассеяние произойдет, то полагают

$$\frac{1}{4\pi} \int f(\vartheta) d\omega = \frac{1}{2} \int_0^\pi f(\vartheta) \sin \vartheta d\vartheta = 1. \quad (9)$$

Это есть условие нормировки индикатрис, принятое в теории рассеяния, совпадающее с условием (8), к которому я пришла другим путем на основе наблюдений.

Астрофизический институт
Академии наук Каз.ССР
Алма-Ата

Поступило
4 XI 1952

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ В. А. Крат, Изв. Главн. астр. обс. в Пулковое, 17, № 135 (1946).