

А. С. АЛЕКСЕЕВ

ЭЛЕКТРОННАЯ МОДЕЛЬ ДВУХПОЗИЦИОННОГО РЕГУЛЯТОРА ТЕМПЕРАТУРЫ С ЗОНОЙ ОПЕРЕЖЕНИЯ

(Представлено академиком А. А. Андроновым 20 IX 1952)

1. Двухпозиционное регулирование температуры печей широко используется на практике.

Хорошо известно, что такого рода системы являются автоколебательными, это существенно ограничивает возможности их применения. Введением в регулятор соответствующей зоны опережения, аналогичной используемой в некоторых следящих системах⁽²⁾, удается значительно снизить амплитуду автоколебаний.

Характеристика регулятора с такой зоной опережения дана на рис. 1. Здесь W — мощность нагревателя и x — параметр регулирования.

$$V(x) = \frac{W(x)}{W_{\max}} = \begin{cases} 1 & \text{при } x < a \text{ (область I);} \\ 0 & \text{при } x > b \text{ (область II);} \end{cases} \quad (1)$$

в области III ($a \leq x \leq b$) $V(x) = \begin{cases} 0, & \text{если до этого } x \text{ было в области I} \\ 1, & \text{если до этого } x \text{ было в области II.} \end{cases}$

2. Приближенная теория рассматриваемой системы может быть дана, если принять дискретную (двухъёмкостную) идеализацию печи с учетом запаздывания⁽¹⁾. Пусть σ_1 — теплоемкость печи, σ_2 — термпары ($\sigma_1 \gg \sigma_2$), а y и x , соответственно, их температуры (отнесенные к максимальной), которые будем предполагать зависящими только от времени. Пусть, далее, теплообмен печи с окружающей средой (нулевой температуры) происходит по линейному закону* с коэффициентом λ_1 , а полный поток тепла от нагревателя в печь характеризуется функцией $W(x)$ (1). Пренебрегая, наконец, обратным влиянием термпары на печь и учитывая конечное время распространения потока тепла от печи до термпары τ , примем, что теплообмен термпары определяется (с коэффициентом λ_2) разностью между температурой ее в данный момент времени t' и температурой печи в момент времени $t' - \tau$.

Тогда, вводя постоянные времени $T_1 = \sigma_1/\lambda_1$, $T_2 = \sigma_2/\lambda_2$ и новое время $t = t'/\sqrt{T_1 T_2}$, получим уравнения движения системы:

$$\frac{T_1}{\sqrt{T_1 T_2}} \dot{y} + y = V(x); \quad \frac{T_2}{\sqrt{T_1 T_2}} \dot{x} + x = y(t - \alpha)$$

* Это справедливо лишь при небольших отклонениях температуры от заданного уровня, около которого и должно быть измерено λ_1 .

или

$$\ddot{x} + 2h\dot{x} + x = V[x(t - \alpha)], \quad (2)$$

где $h = \frac{T_1 + T_2}{2V\sqrt{T_1 T_2}} \gg 1$ и $\alpha = \frac{\tau}{V\sqrt{T_1 T_2}}$.

3. Экспериментальное исследование, проведенное на лабораторной печи, показало, что с расширением зоны опережения 2Δ амплитуда автоколебаний (охватывающих эту зону) существенно уменьшается (в нашем случае $T_1 = 25$ мин., $T_2 = 3$ мин., $\tau = 2$ мин. при симметричном режиме в 1,9 раза). С дальнейшим расширением зоны прослеживается целый ряд сложных периодических режимов*, и, наконец, автоколебания происходят около одной из ее границ.

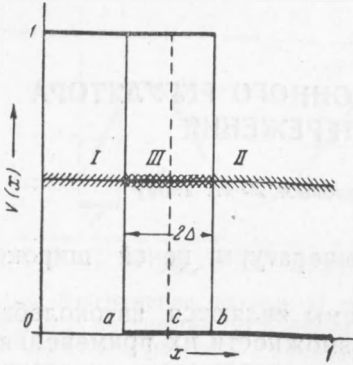


Рис. 1

4. Система (2), (1) является нелинейной и, кроме того, содержит запаздывание; ее решение, в частности, определение всех бифуркационных значений параметров, разделяющих области различных периодических режимов, представляет значительные трудности. Поэтому целесообразно создать электронную модель, с достаточной точностью подчиняющуюся уравнениям (2), (1). Процессы в этой модели будут при-

ближенно отражать процессы в реальной печи с рассматриваемым регулятором.

Принципиальная схема такой модели дана на рис. 2**. Блок 1 моделирует печь в принятых идеализациях*** без запаздывания, блоки

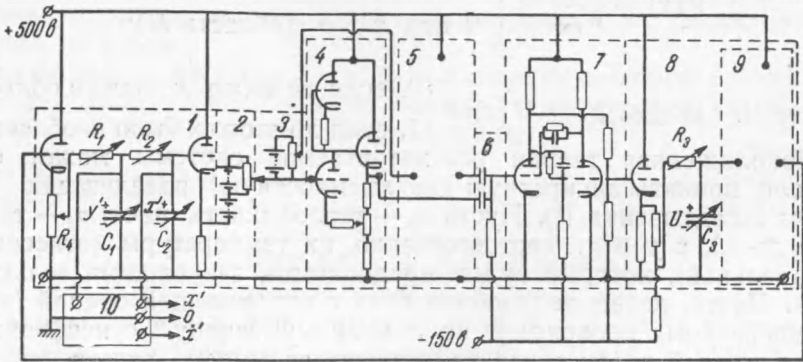


Рис. 2

2, 3, 4, 5, 6 и 7 моделируют регулятор с зоной опережения. Схемы 4 и 5, каждая из которых имеет Z -характеристику, фиксируют границы зоны опережения (a' и b') по координате x' . Смещения: 2 задает уровень регулирования c' , 3 изменяет ширину зоны опережения 2Δ . При переходе x' через границы этой зоны на выходе дифференцирующей цепи 6 получают импульсы того или иного знака (судя по направлению перехода), которые подаются в одну сетку пересчетной

* Указание на возможность аналогичных процессов есть в статье (2).

** Схемы блоков 4, 5 и 9 идентичны.

*** Возможны, конечно, более сложные модели печи, соответствующие более сложным математическим моделям,

ячейки 7. Учитывая, что при такой подаче импульсов пересчетная ячейка реагирует лишь на первый из ряда импульсов одного знака, легко проверить, что второй анод ее дает требуемую характеристику (1). Блок 8 создает постоянное запаздывание τ' . В нем цепь R_3C_3 после каждого поворота пересчетной ячейки перезаряжается от $-U$ до $+U$ (или наоборот), отсчитанных от уровня срабатывания схемы 9. Поэтому $\tau' = R_3C_3 \ln 2$, если не учитывать запаздывания в остальных блоках. Блок 10 — датчик разности $y' - x'$ (т. е. kx') относительно земли для получения фазовой плоскости на осциллографе.

В обозначениях рис. 2 при условии $R_4 \ll R_1$ и $R_1C_2 \ll R_2C_2 \ll R_1C_1$ уравнения движения модели получаются в форме (2) и (1), если

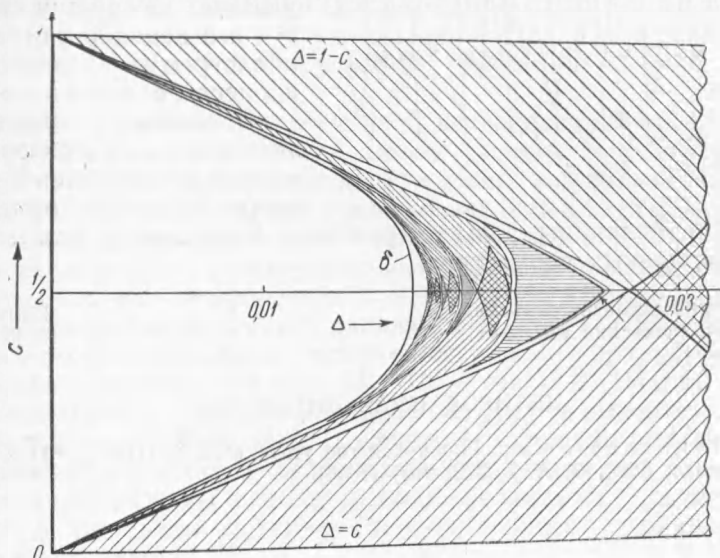


Рис. 3

$T_1 = R_1C_1$, $T_2 = R_2C_2$ и $x = x'/x'_{\max}$. Таким образом, подбирая величины R_1C_1 , R_2C_2 и R_3C_3 , можно наблюдать на экране осциллографа аналогичные процессы, ускоренные по времени в $\sqrt{\sigma_1\sigma_2/\lambda_1\lambda_2C_1C_2R_1R_2}$ раз.

5. Эксперимент показывает, что модель с достаточной степенью точности ($\sim 10\%$) воспроизводит как сами периодические режимы различных типов, так и те значения параметров, которые являются бифуркационными. Она позволяет быстро определить разбиение пространства параметров на области одинаковых режимов и простым пересчетом получить отсюда соответствующие области для печи.

На рис. 3 дано полученное при помощи модели разбиение части плоскости (c, Δ) при $\alpha = 0,20$ и $h = 1,41$ на области различных периодических режимов*. Слева от кривой — δ -область нормальной работы, причем чем больше Δ из этой области, тем меньше амплитуда автоколебаний, справа — области различных сложных периодических режимов. Косой штриховкой обозначены области несимметричных, прямой — симметричных режимов. Если пронумеровать области одинаковой штриховки справа налево натуральными числами, начиная с нуля, то порядковый номер будет указывать форму периодического режима в каждой из областей. Он совпадает с числом колебаний в обхват зоны опережения в периоде для несимметричных форм и в полупериоде для симметричных. Областей косой штриховки по две каждого

* Движение возможно (при $\Delta > 0$) в прямоугольном треугольнике, ограниченном прямыми $\Delta = 0$, $\Delta = c$, $\Delta = 1 - c$. На рис. 3 изображена часть этого треугольника.

номера, формы колебаний для них взаимно обратны. В местах, где эти области пересекаются, система обладает периодическими режимами обеих форм, и колебания той или иной из них устанавливаются в зависимости от начальных условий. В промежутках между указанными областями расположены области более сложных форм автоколебаний.

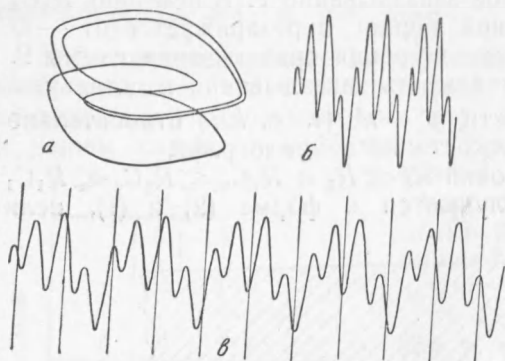


Рис. 4

На рис. 4 представлены: *a* — один из таких предельных циклов (его область указана на рис. 3 стрелкой), *б* — его осциллограмма, *в* — осциллограмма аналогичного процесса, полученного на печи.

Основное практическое значение рассматриваемой модели заключается в возможности быстрого определения

оптимальной величины зоны опережения Δ (кривая δ) для заданных значений остальных параметров.

Горьковский исследовательский
физико-технический институт

Получено
10 IX 1952

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Я. Н. Николаев, Уч. зап. Горьковск. гос. ун-та, в. 13, 323 (1947). ² Н. К. Neiss, J. of Aeronautical Sci., 13, № 7, 372, July (1946).