Доклады Академии Наук СССР
1952. Том LXXXVII, № 4

ФИЗИКА

С. М. РЫТОВ

К ТЕОРИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ФЛУКТУАЦИЙ И ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 3 X 1952)

1. Тепловые электрические флуктуации в цепи квази-стационарного тока могут быть, как известно, описаны при помощи случайной эдс, действующей в такой цепи. Для этой флуктуационной эдс $\mathcal{E}_{\text{фл}}$ имеем $\overline{\mathcal{E}_{\text{фл}}} = 0$ и

$$\overline{\mathcal{E}^2_{\text{фл}}} = \frac{2}{\pi} kT \operatorname{Re} Z \tag{1}$$

(формула Найквиста [1]), где k — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура; чертой обозначено статистическое среднее.

М. А. Леонтовичем и автором [2] было найдено, как (оставаясь при условии квази-стационарности) перейти от интегральной эдс к обусловливающему ее случайному стороннему электрическому полю, и был указан вид пространственной функции корреляции для какой-либо из компонент этого поля. А именно, если его напряженность обозначить через $\mathbf{K}$, то

$$\overline{K_\alpha(1) K^*_\alpha(2)} = \frac{kT}{\pi\sigma} \delta(x_1 - x_2)\, \delta(y_1 - y_2)\, \delta(z_1 - z_2) \quad (\alpha = x, y, z), \tag{2}$$

где σ — удельная проводимость, а 1 и 2 — точки внутри проводника, имеющие координаты (x_1, y_1, z_1) и (x_2, y_2, z_2). Дифференциальный закон (2), из которого вытекает интегральная формула Найквиста (1), по существу составляет основное содержание этой формулы, так как он характеризует флуктуации в самом материале проводника, независимо от устройства цепи, формы проводников, скин-эффекта и т. п.

Представление о стороннем флуктуационном поле, распределенном по всему объему рассматриваемых тел и вызывающем в этих телах флуктуации токов и зарядов, а тем самым и соответствующее флуктуационное электромагнитное излучение (так называемое тепловое излучение), может быть существенно обобщено. Переход от интегральной эдс к напряженности стороннего поля позволяет освободиться от условия квази-стационарности и ввести это поле в систему основных уравнений электродинамики в общем случае. На этом пути оказывается возможным построение весьма общей статистической теории электрических флуктуаций и теплового излучения.

Теория, о которой идет речь, является макроскопической в том смысле, что свойства вещества описываются в ней посредством феноменологических проницаемостей ε и μ. Таким образом, многочисленные вопросы статистической электроники остаются вне рассмотрения. Но большой круг флуктуационных задач, по существу не требующих углубления в микроструктуру тел, охватывается и освещается с единой точки зрения.

Общая электродинамическая основа теории, не связанная ни приближением геометрической оптики, ни условием квази-стационарности, дает возможность решать и такие задачи, в которых длины волн сравнимы с размерами тел. В предельных случаях достаточно коротких волн (геометрическая оптика) и достаточно длинных волн (квазистационарная область) теория приводит к известным для этих областей результатам: с одной стороны, к асимптотическим законам теплового излучения (законы Кирхгофа, законы Планка или Релея — Джинса), а с другой, к обычной теории «шумов» в квази-стационарных цепях (формула Найквиста).

2. Одна из возможных форм уравнений поля, полагаемых в основу теории, такова:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -ik\,\mathbf{H}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = ik\,\mathbf{E} + \frac{4\pi}{c}\mathbf{j} \qquad \left(k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}\right); \tag{3}$$

$$\mathbf{j} = \frac{(\varepsilon - 1)\, i\omega}{4\pi} (\mathbf{E} + \mathbf{K}) + c \operatorname{rot} \frac{\mu - 1}{4\pi\mu} \mathbf{H}. \tag{4}$$

Здесь $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ — напряженности электрического и магнитного микрополей; $\mathbf{j}$ — плотность микротока; $\mathbf{K}$ — напряженность стороннего электрического поля, среднее значение которого $\overline{\mathbf{K}}$ определяет регулярные внешние источники (токи, заряды, постоянную поляризацию). Если регулярных источников нет, то $\overline{\mathbf{K}} = 0$, и из (4) следует, что полный макроток есть

$$\overline{\mathbf{j}} = \frac{(\varepsilon - 1)\, i\omega}{4\pi} \overline{\mathbf{E}} + c \operatorname{rot} \frac{\mu - 1}{4\pi\mu} \overline{\mathbf{H}}. \tag{5}$$

Первый член выражает обобщенный закон Ома, а второй член дает среднюю плотность молекулярных токов. Таким образом, в микротоке (4) выделены члены, дающие при усреднении (5), а все остальное, что может определять поведение $\mathbf{j}$, включено в флуктуационное стороннее поле $\mathbf{K}$. Следует заметить, что в (4) предполагается отсутствие магнитных потерь (μ действительно), в силу чего оказывается достаточным введение только электрического стороннего поля.

Согласно (3) и (4), флуктуации $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$, а следовательно, и всех зависящих от них величин определяются функцией корреляции компонент $\mathbf{K}$:

$$F_{\alpha\beta}(1, 2) = \overline{K_\alpha(1)\, K_\beta^*(2)} \qquad (\alpha, \beta = x, y, z). \tag{6}$$

Так как в $\mathbf{K}$ включены силы любого происхождения, в частности силы, связанные с тепловым движением микрозарядов, естественно допустить, что радиус корреляции $\mathbf{K}$ имеет микроскопические размеры, т. е. весьма мал как по сравнению с размерами тел, так и по сравнению с неоднородностями макрополей. При этих условиях его можно для ряда вопросов считать просто равным нулю*, т. е. принять, что (6) есть δ-корреляция. Второе допущение заключается в том, что ортогональные между собой компоненты $\mathbf{K}$ вообще не коррелированы. Таким образом, вводя единичный тензор $\delta_{\alpha\beta}$, мы полагаем для случая *изотропной* среды:

$$F_{\alpha\beta}(1, 2) = C\delta_{\alpha\beta}\,\delta(x_1 - x_2)\,\delta(y_1 - y_2)\,\delta(z_1 - z_2) \qquad (\alpha, \beta = x, y, z), \tag{7}$$

чем охватывается частный случай (2).

3. Постоянная C может быть определена, например, из того требования, чтобы интенсивность внешнего теплового излучения поглощающей однородной и изотропной среды, заполняющей ограниченное плоскостью полупространство, выражалась, в соответствии с законом Кирхгофа**, как

$$I_\omega = I_{0\omega}(1 - R), \tag{8}$$

* Это недопустимо только при рассмотрении энергетических (средних квадратичных) величин *внутри поглощающих* сред.

** В задаче о бесконечном полупространстве условия справедливости геометрической оптики и законов Кирхгофа выполнены для любых длин волн.

где R — энергетический коэффициент отражения, а $I_{0\omega}$ — интенсивность равновесного излучения в вакууме, связанная с равновесной плотностью энергии $u_{0\omega}$ формулой $I_{0\omega} = cu_{0\omega} / 4\pi$, причем $u_{0\omega}$ дается законом Планка или законом Релея — Джинса. Решение задачи об излучении полупространства при помощи уравнений (3), (4) и (7) дает выражение для I_ω, сопоставление которого с (8) определяет C:

$$C = \frac{16\pi^3}{k^3 c} I_{0\omega} \operatorname{Im}\left(\frac{1}{\varepsilon - 1}\right). \tag{9}$$

В частном случае, когда проводимость велика ($\varepsilon = \varepsilon' - i\varepsilon'' \approx -i\varepsilon'' = -i4\pi\sigma / \omega$) и когда $\hbar\omega \ll kT$, из (9) получается значение

$$C = kT / \pi\sigma, \tag{10}$$

фигурирующее в (2).

Зная полностью функцию корреляции компонент **K**, можно решать любые задачи о тепловом излучении поглощающих тел во внешнее по отношению к этим телам пространство, заполненное прозрачными средами. Что касается излучения внутри поглощающих тел, то, как показывает анализ этого вопроса, в пределах рассматриваемой теории, ограничивающейся феноменологическим описанием среды, однозначное разделение полной электромагнитной энергии на часть, относящуюся к внутренней энергии среды, и на энергию излучения невозможно. Указанный анализ вскрывает вместе с тем неудовлетворительность того решения вопроса о виде законов Кирхгофа внутри сильно поглощающих сред, которое имеется в литературе ([3], [4]). В качестве примера приложения теории может быть рассмотрена задача о равновесном излучении в прозрачной среде. Переход от общего решения этой задачи к асимптотическому приближению, годному для достаточно высоких частот ω и для такой немонохроматичности спектрального интервала $d\omega$, которая обеспечивает смазывание интерференции, приводит к законам Кирхгофа:

$$I_\omega = \begin{cases} I_{0\omega} n^2 & (n^2 > 0), \\ 0 & (n^2 < 0), \end{cases} \qquad u_\omega = \begin{cases} u_{0\omega} n^2 \left| \dfrac{\partial n\,\omega}{\partial \omega} \right| & (n^2 > 0), \\ 0 & (n^2 < 0), \end{cases} \tag{11}$$

где n — показатель преломления среды. В отсутствие дисперсии при $n^2 > 0$ получаем $u_\omega = u_{0\omega} n^3$.

4. Особый интерес представляют вопросы теплового излучения в системах, размеры которых сравнимы с длиной волны и для которых поэтому непригодно асимптотическое приближение ($\omega \to \infty$). В общем случае решение такого рода задач довольно сложно ввиду необходимости рассматривать поля как вне тел, так и внутри них. Однако для тел с большой проводимостью, точнее, в случае сильного скин-эффекта, постановка вопроса может быть существенно упрощена. Здесь оказывается возможным обобщение указанных М. А. Леонтовичем ([5]) приближенных граничных условий путем введения в них поверхностного стороннего флуктуационного поля $\mathfrak{K}$. На границе проводящей среды мы имеем тогда

$$\sqrt{\mu}\,\mathbf{H}_t = -\sqrt{\varepsilon}\,[\mathbf{N}, \mathbf{E}_t + \mathfrak{K}], \tag{12}$$

где $\mathbf{E}_t$ и $\mathbf{H}_t$ — тангенциальные компоненты внешних электрического и магнитного полей, $\mathbf{N}$ — единичный вектор нормали к границе, ε и μ — проницаемости среды. Из уравнений поля и (7) следует при этом вид функции корреляции компонент $\mathfrak{K}$, а именно

$$\overline{\mathfrak{K}_\alpha(1)\,\mathfrak{K}^*_\beta(2)} = \frac{C}{d}\,\delta_{\alpha\beta}\,\delta(x_1 - x_2)\,\delta(y_1 - y_2) \qquad (\alpha, \beta = x, y), \tag{13}$$

где d — толщина плоского скин-слоя в данной среде. При исследовании теплового излучения хорошо проводящих тел условия (12) позволяют (как и условия М. А. Леонтовича в чисто электродинамических задачах) рассматривать только непосредственно интересующее нас поле вне этих тел. Только благодаря этому упрощению решение ряда вопросов становится практически достижимым. К числу таких вопросов относятся и задачи о тепловом излучении в волноводах, фидерах и т. п., где указанное приближение как раз является законным.

Рассмотрение различных задач такого рода приводит к следующей «волноводной» форме закона Кирхгофа: переносимая через поперечное сечение линии мощность $P_{mn\omega}$ теплового излучения на частоте ω, приходящаяся на докритическую волну данного типа (E или H) и номера (m, n), равна коэффициенту поглощения этой волны A_{mn}, умноженному на $kT/2\pi$:

$$P_{mn\omega} = kTA_{mn}/2\pi. \tag{14}$$

Полная мощность теплового излучения на частоте ω равна сумме $P_{mn\omega}$, распространенной на все докритические при этой частоте волны:

$$P_\omega = \frac{kT}{2\pi}A, \quad A = \sum_{m,n} A_{mn}. \tag{15}$$

Таким образом, для нахождения $P_{mn\omega}$ необходимо знать только температуру излучателя и его коэффициент поглощения для интересующей нас волны, т. е. величину, которая непосредственно измеряется по соответствующему КСВ (коэффициенту стоячей волны). При $\omega \to \infty$ для P_ω получаются асимптотические выражения, совпадающие с теми, к которым приводит применение закона Релея — Джинса. Формула (14) может быть доказана также помимо теории, оперирующей сторонним флуктуационным полем, а именно, путем обобщения тех рассуждений, которыми пользовался Найквист при первоначальном выводе (1).

5. Рассматриваемая теория открывает также регулярный путь к получению общих выражений для интенсивности и для плотности энергии равновесного излучения в анизотропной прозрачной среде, т. е. выражений, обобщающих законы Кирхгофа (11). Окончательные формулы, которых мы здесь не приводим, позволяют продискутировать свойства равновесного излучения как в кристаллических, так и в магнито-активных средах. В связи с этим следует отметить, что при соответствующем обобщении функции корреляции (7) на случай анизотропных сред теория может быть применена и к практически более интересному вопросу о тепловом излучении анизотропных сред во вне.

В области низких частот, когда размеры тел гораздо меньше длины волны в окружающем пространстве, основной интерес имеют уже не вопросы флуктуационного излучения, а флуктуации тех интегральных величин, которыми характеризуется состояние ряда систем (электрических цепей) в квази-стационарных условиях. Система уравнений (3), (4), (7), (9) переходит в уравнения Кирхгофа для разветвленных цепей, содержащие флуктуационные интегральные эдс, интенсивности которых выражаются по (1) (см. ([2])).

Поступило
12 IX 1952

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] H. Nyquist, Phys. Rev., 32, 110 (1928). [2] М. А. Леонтович, С. М. Рытов, ЖЭТФ, 23, 246 (1952). [3] M. Laue, Wied. Ann., 32, 1085 (1910). [4] C. Fragstein, Ann. d. Phys., 7, 63 (1950). [5] М. А. Леонтович, Изв. АН СССР, сер. физ., 8, 16 (1944).