Доклады Академии Наук СССР
1952. Том LXXXVI, № 3

ФИЗИКА

А. А. АБРИКОСОВ

ВЛИЯНИЕ РАЗМЕРОВ НА КРИТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ СВЕРХПРОВОДНИКОВ ВТОРОЙ ГРУППЫ

(Представлено академиком Л. Д. Ландау 21 VII 1952)

Эксперименты Н. В. Заварицкого [1] показывают, что свойства сверхпроводящих слоев, сконденсированных при низкой температуре, сильно отличаются от свойств обычных тонких слоев сверхпроводника. В частности, зависимость магнитного момента этих слоев от приложенного к ним поля напоминает соответствующие зависимости для сверхпроводящих сплавов и, повидимому, переход их в нормальное состояние под влиянием внешнего поля является фазовым переходом второго рода даже для сравнительно толстых образцов. В обычных же чистых сверхпроводниках, которые мы назовем сверхпроводниками первой группы, такой характер перехода имеет место лишь при достаточно малой толщине слоя.

Зависимость критического поля от размеров для тонких слоев сверхпроводников первой группы хорошо описывается формулами, полученными В. Л. Гинзбургом и Л. Д. Ландау из развитой ими макроскопической теории сверхпроводимости [2]. Этого нельзя сказать о низкотемпературных слоях, причем особенно сильное отличие имеет место для массивных образцов. В связи с этим следует отметить, что проведенные в [2] рассмотрения конкретных задач, в том числе и расчет для тонких слоев, справедливы лишь до тех пор, пока фигурирующий в теории параметр $\varkappa$ меньше $1/\sqrt{2}$. Как показано в [2], в случае $\varkappa > 1/\sqrt{2}$ возникает неустойчивость нормальной фазы при полях выше $H_{\text{км}}$ относительно возникновения сверхпроводящих прослоек с малым ψ. Это обстоятельство говорит о возможности фазового перехода второго рода в нормальное состояние при каком-то поле $H_{\text{к}}$, большем $H_{\text{км}}$. Поэтому можно предположить, что именно такой случай осуществляется для низкотемпературных пленок. В настоящей работе мы находим зависимость $H_{\text{к}}(a)$ для сверхпроводников с $\varkappa > 1/\sqrt{2}$, которые мы называем сверхпроводниками второй группы.

Рассмотрим бесконечный однородный слой толщины $2d$. Будем считать, что слой лежит в плоскости (x, y), причем внешнее магнитное поле H_0 направлено по y, векторный потенциал A — по оси x, а начало координат в центре пластины. Согласно теории [2], нам надо найти ψ и $\mathbf{A}$ из уравнений

$$\left(\frac{i}{\varkappa}\nabla + \mathbf{A}\right)^2 \psi = \psi - \psi|\psi|^2, \tag{1}$$

$$-\operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathbf{A} = |\psi|^2\mathbf{A} + \frac{i}{2\varkappa}(\psi^*\nabla\psi - \psi\Delta\psi^*), \tag{2}$$

решение которых подчинено граничным условиям, а именно, на границах пленки $(z = \pm d)$ $H = H_0$ и $\partial\psi/\partial z = 0$. Здесь введены те же единицы для A, ψ и длины, что и в [2].

Мы найдем условие устойчивости слоя относительно возможности возникновения прослоек с малым ψ, отличным от нуля, т. е. определим значение внешнего поля, выше которого существует лишь тривиальное решение $\psi=0$, соответствующее нормальному состоянию. Из характера граничных условий ясно, что ψ и A мы можем считать зависящими только от координаты z. Для случая $|\psi| \ll 1$ уравнения упрощаются. Пренебрегая в (2) членами высшего порядка малости, получаем $d^2A/dz^2=0$, т. е. $A=H_0 z$ (мы выбрали $A(0)=0$). Выбрасывая малый член $|\psi|^2\psi$ из (1), имеем уравнение для $\psi(z)$:

$$\frac{1}{\varkappa^2}\frac{d^2\psi}{dz^2}+(1-H_0^2z^2)\psi=0.$$

Введем новую переменную $\xi=\sqrt{\varkappa H_0}z$ и обозначим $\varkappa/H_0=\beta$. Тогда

$$d^2\psi/d\xi^2+(\beta-\xi^2)\psi=0. \tag{3}$$

Общим решением этого уравнения является

$$\psi=e^{-1/2\,\xi^2}\left[C_1F\left(\frac{1-\beta}{4},\ \frac{1}{2},\ \xi^2\right)+C_2\xi F\left(\frac{3-\beta}{4},\ \frac{3}{2},\ \xi^2\right)\right], \tag{4}$$

где F — вырожденная гипергеометрическая функция. Наименьшему собственному значению β, т. е. наибольшему полю, соответствует симметричная функция ψ. Поэтому положим $C_2=0$. Обозначим теперь $\varkappa H_0 d^2$ через η. Тогда из граничного условия имеем

$$\frac{\partial}{\partial\eta}F\left(\frac{1-\beta}{4},\ \frac{1}{2},\ \eta\right)-\frac{1}{2}F\left(\frac{1-\beta}{4},\ \frac{1}{2},\ \eta\right)=0; \tag{5}$$

это уравнение дает связь между β и η, т. е. между $H_к$ и d. При этом функция $H_к/\varkappa=f(1/\varkappa d)$, или, в обычных координатах, $H_к/\sqrt{2}H_{км}=f(\delta_0/\varkappa d)$, является универсальной функцией для всех сверхпроводников. Следует отметить, что в эту зависимость входит в действительности лишь один параметр, характеризующий вещество. Действительно, согласно теории [2],

$$\varkappa=\sqrt{2}\,\frac{e}{hc}H_{км}\delta_0^2=2{,}14\cdot10^7\,H_{км}\delta_0^2. \tag{6}$$

Поэтому, заменяя $\varkappa$ согласно этой формуле и обозначая $\sqrt{\frac{2e}{hc}}H_{км}\delta_0$ через θ, имеем универсальную зависимость: $\frac{H_к}{\theta^2}=f\left(\frac{2{,}57\cdot10^{-4}}{\theta d}\right)$. Рассмотрим теперь предельные случаи. Пусть $d\gg1$. Тогда и $\eta\gg1$. Асимптотическое выражение для $F(\alpha,\gamma,z)$ при $z\to\infty$ имеет вид:

$$F(\alpha,\gamma,z)\approx\frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\gamma-\alpha)}(-z)^{-\alpha}+\frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\alpha)}e^z z^{\alpha-\gamma}. \tag{7}$$

Используя (7), находим наименьший корень уравнения (5)

$$\beta=1-\frac{4e^{-\eta}}{\sqrt{\pi}}\eta^{1/2} \tag{8}$$

или же

$$\frac{H_к}{\varkappa}=1+\frac{4}{\sqrt{\pi}}\varkappa d e^{-(\varkappa d)^2}; \tag{9}$$

в обратном предельном случае $z\ll1$

$$F(\alpha,\gamma,z)=1+\frac{\alpha}{\gamma}z+\frac{\alpha(\alpha+1)}{\gamma(\gamma+1)}\frac{z^2}{2}. \tag{10}$$

Это выражение, подставленное в (5), дает один корень $\eta=3\beta$, или, в обычных обозначениях:

$$\frac{H_к}{H_{км}}=\sqrt{6}\,\frac{\delta_0}{d}. \tag{11}$$

Найденная формула совпадает с соответствующим выражением для слоев с $\varkappa < 1/\sqrt{2}$. Отличие, таким образом, наблюдается лишь в области больших толщин. Именно, при $d \to \infty$ $H_к \to \varkappa \sqrt{2} H_{км}$, что может соответствовать при $x \gg 1/_2$ весьма большим значениям критического поля по сравнению с обычными значениями для сверхпроводников первой группы при той же приведенной температуре $T/T_к$. Это обстоятельство тесно связано с тем, что при $\varkappa > 1/\sqrt{2}$ мы имеем дело с фазовым переходом второго рода при всех значениях толщины, в то время как при $\varkappa < 1/\sqrt{2}$ это имеет место лишь для толщин меньше некоторой критической толщины $d_к$ $\left(\text{при } \varkappa \ll 1 \quad d_к = \frac{\sqrt{5}}{2}\delta_0\right)$. В случае малых толщин характер перехода одинаков в обеих группах и $H_к$ не зависит от величины $\varkappa$. Полученная зависимость $H_к(d)$ в координатах $\frac{H_к}{\theta^2} = f\left(\frac{2{,}57 \cdot 10^{-4}}{\theta d}\right)$ представлена на рис. 1.

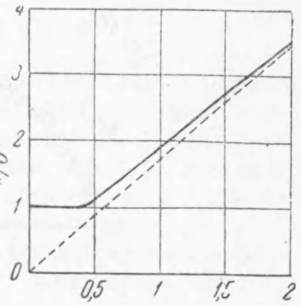

Рис. 1. Зависимость критического поля от толщины при $\varkappa > 1/\sqrt{2}$

Полученные результаты находятся в хорошем качественном согласии с данными Заварицкого. Однако проведение количественного сравнения возможно лишь в том случае, если будет найдена температурная зависимость параметра θ, изменения которого сильно влияют на ход кривой. Согласно теории ([2]), при T, близком к $T_к$, параметр θ, характеризующий вещество, зависит от температуры по закону $\sqrt{T_к - T}$. Для температур, далеких от $T_к$, теория ([2]), на которой основана настоящая работа, становится, вообще говоря, неприменимой. Однако, когда фазовый переход в нормальное состояние является переходом второго рода, это не так. Действительно, ограничение, принятое в теории, заключается в возможности разложения свободной энергии F_s по степеням $|\psi|^2$, что справедливо для малых ψ, и, следовательно, вполне применимо к рассматриваемому случаю даже для температур заметно ниже критической *. При этом температурная зависимость θ уже не дается теорией и должна определяться экспериментально независимым образом. Для этого нужно определить температурную зависимость δ_0. Это можно сделать путем точного измерения момента тонких слоев в сверхпроводящем состоянии. Что касается величины $H_{км}$, входящей в формулу для θ $(\theta \sim H_{км}\delta_0)$, то ее зависимость от температуры, повидимому, хорошо изображается законом $H_{км} = H_{км0}[1 - (T/T_к)^2]$.

Непосредственное определение δ_0 было бы полезно и в том отношении, что дало бы возможность найти величину $\varkappa$, входящую в формулы настоящей статьи лишь в виде комбинации $\varkappa H_{км}$. Из сказанного ясно, что проверка предположения о том, что низкотемпературные пленки Заварицкого действительно имеют $\varkappa > 1/\sqrt{2}$, а также проведение точного количественного сравнения зависимости $H_к$ от размеров с экспериментом в настоящее время не представляются возможными из-за отсутствия соответствующих данных. Если, однако, основываясь на качественном совпадении результатов, считать, что наше предположение справедливо, то можно определить температурную зависимость θ для различных сверхпроводников из сравнения формул

* Аналогичные соображения применимы и к сверхпроводникам первой группы для толщин $d < d_к$.

настоящей работы с экспериментальными данными. Это можно сделать, например, следующим образом. По графику $\frac{f(x)}{x^2} = H_к \left(\frac{d}{2{,}57 \cdot 10^4}\right)^2$ находим x для каждой температуры, а потом определяем θ из соотношения $\theta = 2{,}57 \cdot 10^{-4} / dx$ (здесь f — введенная ранее функция, а d — половина толщины пластины).

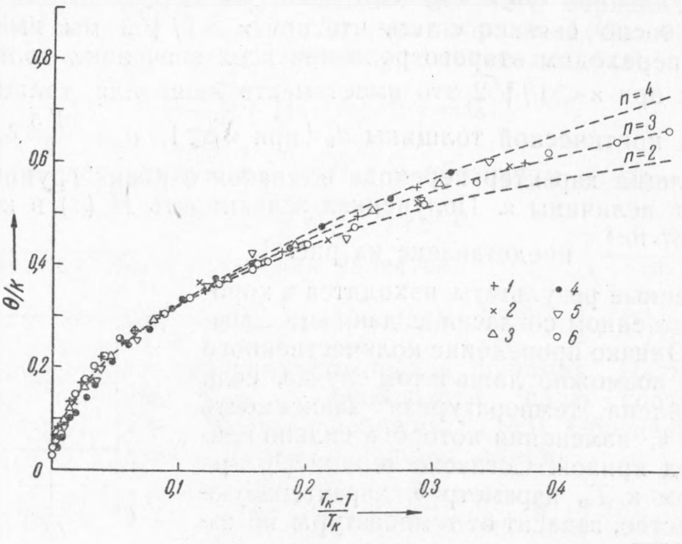

Рис. 2. Значения функции $\vartheta\left(\frac{T}{T_к}\right) = \frac{\theta}{K}$, полученные из данных Заварицкого. Тип и толщина пленок: Tl, конденсация при 2° K: *1* — $7{,}65 \cdot 10^{-5}$ см, *2* — $1{,}3 \cdot 10^{-5}$ см, *3* — $7{,}3 \cdot 10^{-6}$ см; Tl, конденсация при 80° K: *4* — $9{,}65 \cdot 10^{-5}$ см, *5* — $2{,}5 \cdot 10^{-5}$ см; Sn, конденсация при 80° K: *6* — $1{,}2 \cdot 10^{-4}$ см

Функция $\theta(T)$ из данных Заварицкого была вычислена для различных пленок. Полученные графики оказались очень похожими, так что, повидимому, для всех сверхпроводников второй группы $\theta(T) = K\vartheta(T/T_к)$, где ϑ — универсальная функция. Это можно увидеть из рис. 2, где приведены данные для совершенно различных образцов, нормированные так, что $\vartheta(T/T_к = 0{,}9) = 0{,}324$. Для сравнения приведены пунктирные кривые, вычисленные в предположении $H_{км} = H_{км\,0}[1 - (T/T_к)^2]$ и $\delta_0 = a[1 - (T/T_к)^n]^{-1/2}$ для $n = 2$, 3, 4*, нормированные в той же точке. Как видно из рисунка, имеющиеся данные не дают возможности предпочесть какое-нибудь из этих n. Однако можно утверждать, что n следует выбирать в пределах от 2 до 4.

В заключение пользуюсь случаем выразить благодарность акад. Л. Д. Ландау и Н. В. Заварицкому за ряд ценных советов и обсуждение результатов настоящей работы.

Поступило
17 VII 1952

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Н. В. Заварицкий, ДАН, 86, № 3 (1952). [2] В. Л. Гинзбург, Л. Д. Ландау, ЖЭТФ, 20, 1064 (1950).

* Такая интерполяционная формула хорошо изображает температурную зависимость δ_0. Обычно берут $n = 4$.