

О. А. СИЗОВА

О ВОЗМОЖНОСТИ ЗАХВАТА В ОГРАНИЧЕННОЙ ЗАДАЧЕ ТРЕХ ТЕЛ

(Представлено академиком О. Ю. Шмидтом 26 VII 1952)

Впервые возможность захвата в полной задаче трех тел была доказана О. Ю. Шмидтом ⁽¹⁾. Вопрос же о возможности гравитационного захвата тела ничтожно малой массы, т. е. о захвате в ограниченной задаче трех тел, оставался открытым, несмотря на его актуальность и большой интерес к нему, проявленный, в частности, на совещании по космогонии солнечной системы, происходившем в Москве в апреле 1951 г.

Вопрос о возможности захвата в ограниченной задаче трех тел имеет большую историю. Однако большая часть литературы по этому вопросу посвящена ограниченной круговой задаче, изучение которой иногда связывали с возможностью захвата большими планетами параболических комет.

Невозможность захвата в ограниченной круговой задаче была доказана Цейпелем ⁽²⁾ и, независимо от него, Хопфом ⁽³⁾; к такому же заключению пришел и В. Г. Фесенков ⁽⁴⁾.

Это привело к тому, что некоторые ученые вообще высказывали сомнение в том, что захват тела практически нулевой массы принципиально возможен. Имеющиеся сомнения легко разрешаются, если обратиться к гиперболической ограниченной задаче, вопрос о возможности захвата в которой до сих пор не был рассмотрен.

В настоящей работе показывается возможность захвата в гиперболической ограниченной задаче трех тел путем непосредственного указания примера захвата. Вычисленный пример был подобран, исходя из соображений, совершенно аналогичных тем, из которых исходил О. Ю. Шмидт при построении примера захвата в полной задаче трех тел.

То обстоятельство, что уравнения ограниченной задачи допускают изменение знака времени и что, следовательно, каждому случаю захвата взаимно-однозначно соответствует случай разрыва, дало возможность рассматривать обратную задачу: разрыв двойной системы под влиянием проходящего тела.

Начальные условия, приводящие к разрыву двойной системы, сравнительно легко подобрать, используя известную формулу Джинса

$$\Delta v = \frac{2v}{\sqrt{1 + \frac{p^2 v^4}{(m_1 + m_2)^2}}}$$

Надо отметить, что разрыв системы под влиянием третьего тела рассматривался еще Эбертом ⁽⁵⁾. Исследование Эберта посвящено

вопросу устойчивости солнечной системы при вторжении в нее звезды, двигающейся по гиперболе со скоростью порядка нескольких сот километров в секунду.

Рассматривается плоское движение трех тел P_0 , P_1 и P_2 , которые мы принимаем за материальные точки, притягивающиеся по закону Ньютона. Массы P_0 и P_2 равны массе Солнца, принятой за единицу, масса третьего тела P_1 — нулевая.

Для упрощения вычислений единицы были выбраны таким образом, чтобы постоянная тяготения равнялась единице. В этом случае единицей расстояния служит астрономическая единица, а единицей времени — год, деленный на 2π .

Таблица 1

t	x_1	x_1'	y_1	y_1'	x_2	y_2
-360	-30,007	-0,01597	+ 2,626	-0,1812	+16,332	-598,12
-320	-29,765	+0,02799	- 4,626	-0,1797	+17,473	-553,98
-280	-27,789	+0,07033	-11,609	-0,1677	+18,612	-509,82
-240	-24,193	+0,1086	-17,915	-0,1460	+19,752	-465,66
-200	-19,184	+0,1406	-23,175	-0,1157	+20,891	-421,50
-160	-13,053	+0,1644	-27,082	-0,07862	+22,030	-377,32
-120	- 6,157	+0,1787	-29,402	-0,03685	+23,168	-333,14
- 80	+ 1,101	+0,1824	-30,000	+0,00715	+24,305	-288,94
- 40	+ 8,295	+0,1755	-28,836	+0,05074	+25,441	-244,72
0	+15,000	+0,1581	-25,981	+0,09128	+26,573	-200,47
+ 40	+20,818	+0,1314	-21,608	+0,1262	+27,701	-156,18
+ 80	+25,402	+0,09665	-15,988	+0,1532	+28,815	-111,83
+120	+28,462	+0,05526	- 9,491	+0,1694	+29,896	- 67,36
+140	+29,336	+0,03158	- 6,078	+0,1707	+30,397	- 45,03
+160	+29,698	+0,00374	- 2,762	+0,1553	+30,814	- 22,59
+170	+29,662	-0,00999	- 1,379	+0,1100	+30,950	- 11,31
+171	+29,651	-0,01048	- 1,274	+0,09935	+30,959	- 10,18
+172	+29,641	-0,01036	- 1,181	+0,08593	+30,968	- 9,048
+173	+29,631	-0,00919	- 1,103	+0,06848	+30,975	- 7,917
+174	+29,623	-0,00612	- 1,046	+0,04491	+30,982	- 6,787
+175	+29,620	+0,00074	- 1,017	+0,01130	+30,987	- 5,656
+176	+29,627	+0,01640	- 1,029	-0,04058	+30,992	- 4,525
+177	+29,661	+0,05802	- 1,110	-0,1309	+30,995	- 3,394
+178	+29,778	+0,2178	- 1,322	-0,3148	+30,998	- 2,263
+179	+30,324	+1,026	- 1,716	-0,2918	+31,000	- 1,131
+180	+31,528	+1,213	- 1,608	+0,3925	+31,000	- 0
+200	+50,22	+0,8613	+12,809	+0,7598	+30,814	+22,59
+220	+67,07	+0,8290	+28,033	+0,7610	+30,397	+45,03
+240	+83,50	+0,8163	+43,231	+0,7588	+29,896	+67,36
+280	+115,90	+0,8055	+73,52	+0,7557	+28,816	+111,83
+320	+148,02	+0,8008	+103,71	+0,7540	+27,701	+156,2
+360	+179,99	+0,7981	+133,84	+0,7529	+26,583	+200,5
+416	+224,62	+0,7959	+176,0	+0,7519	+24,987	+262,4

Центр прямоугольной координатной системы, относительно которой определяется движение тел P_1 и P_2 , неизменно связан с телом P_0 , считаемым неподвижным. Ось x направлена от P_0 к перигелию гиперболической орбиты тела P_2 , эксцентриситет которой $e = 38,6800$, скорость P_2 в перигелии $1,6$ а. е. / $\frac{\text{год}}{2\pi}$, что соответствует примерно 45 км / сек.

Координаты тела P_2 , движение которого независимо от движения тела P_1 , вычисляются для каждого момента времени по обычным формулам гиперболического движения:

$$x_2 = a(e - \operatorname{ch} F),$$

$$y_2 = a \sqrt{e^2 - 1} \operatorname{sh} F.$$

F определяется из уравнения:

$$e \operatorname{sh} F - F = a^{-1/2}(t - T)$$

методом последовательных приближений для каждого значения t ; T — момент прохождения через перигелий — принят за нулевой.

Уравнения относительного движения тела P_1 с координатами (x_1, y_1) в принятой системе координат имеют вид:

$$\ddot{x}_1 = -\frac{x_1}{r_{10}^3} - \frac{x_1}{r_{12}^3} + \frac{x_2}{r_{12}^3} - \frac{x_2}{r_{20}^3},$$

$$\ddot{y}_1 = -\frac{y_1}{r_{10}^3} - \frac{y_1}{r_{12}^3} + \frac{y_2}{r_{12}^3} - \frac{y_2}{r_{20}^3}.$$

Начальные координаты и составляющие скорости тела P_1 выбраны таким образом, чтобы невозмущенной орбитой его был бы круг с радиусом 30 астрономических единиц. Начальные данные ($t = 0$) для тела P_1 и тела P_2 даны в табл. 1.

Исходя из этих данных, было рассмотрено движение тела P_1 вперед и назад в интервале времени от $t = -360$ до $t = +416$ путем численного интегрирования дифференциальных уравнений движения.

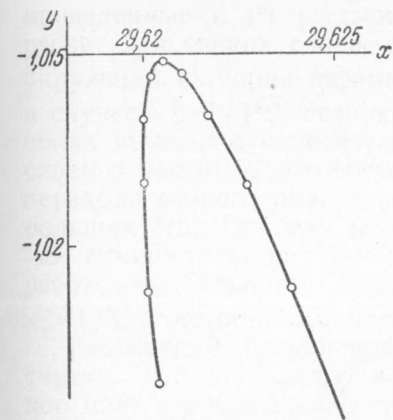


Рис. 2

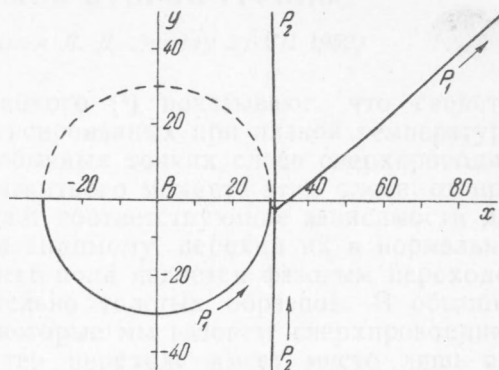


Рис. 1

Положения и скорости тела P_1 и положения тела P_2 для некоторых моментов времени, так же как и начальные данные, приведены в табл. 1.

На рис. 1 даются траектории движения тел P_1 и P_2 .

Участок траектории P_1 вблизи момента отрыва изображен в увеличенном масштабе на рис. 2.

Как показывают данные вычислений, разрыв в данном случае действительно имеет место. Но тогда, изменяя знак времени, мы получим пример осуществления захвата. Мы приходим к выводу о возможности захвата в ограниченной гиперболической задаче трех тел. Математически строгое доказательство нерасторжимости захвата в ограниченной задаче при бесконечном возрастании времени является предметом наших дальнейших исследований.

Нет никакого сомнения в том, что указанный пример захвата не единственный и возможность варьировать параметры, характеризующие сближения тел, при которых захват возможен, достаточно широка.

Нет никакого сомнения в том, что указанный пример захвата не единственный и возможность варьировать параметры, характеризующие сближения тел, при которых захват возможен, достаточно широка.

В заключение выражаю глубокую благодарность акад. О. Ю. Шмидту и Г. Ф. Хильми, предложившим мне эту работу и уделявшим мне много внимания при ее выполнении.

Астрономический сектор
Института физики
Академии наук Латвийской ССР

Поступило
15 VII 1952

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ О. Ю. Шмидт, ДАН, 58, № 2 (1947). ² M. H. Zeipel, Bull. Astr., 22, 449 (1950). ³ E. Hopf, Math. Ann., 103 (1930). ⁴ В. Г. Фесенков, Астр. журн., 23, в. 1 (1946). ⁵ W. Ebert, Inaugural Dissertation. In wie weit kann ein Stern mit grosser Geschwindigkeit die Stabilität eines Planetensystems beeinflussen? Stockholm, 1896.

