Доклады Академии Наук СССР
1952. Том LXXXVI, № 5

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Член-корреспондент АН СССР А. А. ПИСТОЛЬКОРС

К ТЕОРИИ ПРОВОДА У ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ДВУХ СРЕД

Рассмотрим провод M (рис. 1), параллельный плоской границе раздела двух сред. Если возбудить в таком проводе при помощи сосредоточенной электродвижущей силы колебания круговой частоты ω, то электромагнитное поле в окружающем провод пространстве в общем случае может быть разложено на два различных по структуре поля:

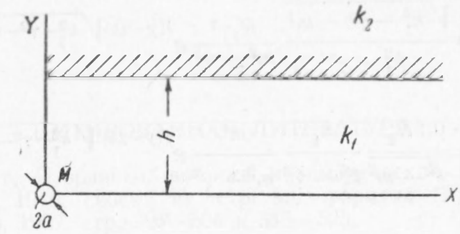

Рис. 1

на поле цилиндрических волн и на поле сферической волны, при приближении к оси провода переходящей в волну специального типа.

Поле провода, как обычно в подобных случаях, может быть записано в виде интеграла с бесконечными пределами, представляющего поле как наложение бесконечно большого числа цилиндрических волн с различными постоянными распространения γ. При интегрировании в комплексной плоскости переменного γ поле цилиндрических волн определяется при помощи вычетов в полюсах подинтегральной функции, поле сферической волны — путем интегрирования по разрезу.

Рассмотрим вопрос об определении постоянных распространения γ для случая, когда

$$E_{1z} = K_0\left(r\sqrt{\gamma^2 - k_1^2}\right)e^{-i\gamma z}, \tag{1}$$

т. е. когда поле провода обладает круговой симметрией.

Если радиус провода a достаточно мал по сравнению с расстоянием h провода до границы раздела, то волнами, не имеющими круговой симметрии, можно пренебречь. Вторичное поле E_2 будет создаваться зарядами на поверхности раздела. На поверхности идеально проводящего цилиндра радиуса a должно быть:

$$K_0\left(a\sqrt{\gamma^2 - k_1^2}\right) + E_{2z} = 0. \tag{2}$$

Это и есть уравнение, определяющее полюсы в плоскости комплексного переменного γ.

Для вычисления E_{2z} удобно представить цилиндрическую функцию $K_0\left(r\sqrt{\gamma^2-k_1^2}\right)$ как наложение бесконечно большого числа плоских волн *

$$E_{1z}=K_0\left(r\sqrt{\gamma^2-k_1^2}\right)e^{-i\gamma z}=-i\cdot 0{,}5\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-iy\sqrt{k_1^2-\gamma^2-m^2}-imx-i\gamma z}}{\sqrt{k_1^2-\gamma^2-m^2}}\,dm. \qquad (3)$$

Анализ выражений для других составляющих поля (E_x, E_y, H_x и т. д.) показывает, что поле, создаваемое проводом, может быть представлено как поле бесконечно большого числа плоских волн, косинусы углов которых с осями координат x, y, z соответственно равны

$$\frac{m}{k_1},\quad \sqrt{1-\frac{\gamma^2+m^2}{k_1^2}},\quad \frac{\gamma}{k_1}.$$

Разлагая элементарную волну (E_z') на нормально поляризованную (E_{z1}') и ненормально поляризованную (E_{z2}) и вводя соответствующие коэффициенты отражения Френеля R_1 и R_2, получим для отраженных волн:

$$E_{z1}'^{\text{отр}}=i\cdot 0{,}5\,\frac{\sqrt{k_1^2-\gamma^2-m^2}}{k_1^2-\gamma^2}\,\frac{R_1\gamma^2}{m^2+\gamma^2}\,e^{i(y-2h)\sqrt{k_1^2-\gamma^2-m^2}-imx-i\gamma z}, \qquad (4)$$

$$E_{z2}'^{\text{отр}}=\frac{-i\cdot 0{,}5R_2}{\sqrt{k_1^2-\gamma^2-m^2}}\,\frac{k_1^2}{k_1^2-\gamma^2}\,\frac{m^2}{m^2+\gamma^2}\,e^{i(y-2h)\sqrt{k_1^2-\gamma^2-m^2}-imx-i\gamma z}. \qquad (5)$$

Здесь

$$R_1=\frac{k_2^2\sqrt{k_1^2-\gamma^2-m^2}-k_1^2\sqrt{k_2^2-\gamma^2-m^2}}{k_2^2\sqrt{k_1^2-\gamma^2-m^2}+k_1^2\sqrt{k_2^2-\gamma^2-m^2}}, \qquad (6)$$

$$R_2=\frac{\sqrt{k_1^2-\gamma^2-m^2}-\sqrt{k_2^2-\gamma^2-m^2}}{\sqrt{k_1^2-\gamma^2-m^2}+\sqrt{k_2^2-\gamma^2-m^2}}. \qquad (7)$$

Пользуясь этими выражениями, перепишем уравнение (2):

$$K_0\left(a\sqrt{\gamma^2-k_1^2}\right)=$$

$$=-\frac{i\cdot 0{,}5}{k_1^2-\gamma^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dm}{n^2+\gamma^2}\left(\gamma^2R_1\sqrt{k_1^2-\gamma^2-m^2}-\frac{k_1^2m^2R_2}{\sqrt{k_1^2-\gamma^2-n^2}}\right)e^{-i2h\sqrt{k_1^2-\gamma^2-m^2}-ima}. \qquad (8)$$

Это и есть уравнение для определения постоянных распространения γ в рассматриваемом случае, при условии $a/h\ll 1$ справедливое для любых значений k_1 и k_2. Из него следует, между прочим, что вдоль провода, находящегося в воздухе над диэлектриком, лишенным потерь энергии ($k_1<k_2$), цилиндрические волны распространяться не могут. В самом деле, в этом случае постоянная распространения γ

* См., например, Г. А. Гринберг [1]. Родственное разложение использовал Ф. Поллячек [2], вычислявший коэффициенты взаимоиндукции проводов при наличии земли при заданном значении постоянной распространения γ.

должна быть вещественной. При этом под влиянием диэлектрика $\gamma \neq k_1$ и должно быть либо $\gamma < k_1 < k_2$ либо $\gamma > k_1$.

Первый случай соответствует волноводному характеру распространения без затухания, для чего в данном случае нет необходимых физических предпосылок. Второй случай, казалось бы наиболее естественный, не может иметь места, так как в этом случае вещественной левой части уравнения (8) соответствует обязательно комплексная правая часть.

Отсюда следует, что в случае диэлектрика без потерь поле вдоль провода определяется интегрированием по разрезу и связано с полем сферической волны. Только при наличии потерь в диэлектрике возможны цилиндрические волны, что мы и наблюдаем в случае провода над землей.

Если $k_1 > k_2$, т. е. провод находится в более плотном диэлектрике, цилиндрические волны принципиально возможны.

Заметим, что аналогичную картину мы имеем и при распространении электромагнитных волн вдоль диэлектрического цилиндра, лишенного потерь энергии.

Если цилиндр имеет большее ε, чем окружающая среда, цилиндрические волны возможны, в противном же случае они принципиально не могут существовать.

В правильности сказанного нетрудно убедиться, проанализировав известное уравнение Хондроса и Дебая применительно к этому случаю.

Поступило
17 VIII 1952

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Г. А. Гринберг, Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений, 1948, сноска на стр. 99, формула (Б). [2] Ф. Полличек, Elektr. Nachr. Techn., 4, 1927, стр. 295—304 и 515—525.