Доклады Академии Наук СССР
1952. Том LXXXVI, № 5

ГЕОФИЗИКА

В. А. ЦИКУНОВ

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ПРИЛИВО-ОТЛИВНЫХ ЯВЛЕНИЙ В ПРОЛИВЕ

(Представлено академиком П. П. Ширшовым 11 VIII 1952)

Приливные явления в проливе обычно обладают рядом особенностей. Аномальные значения фазовой скорости, сложная зависимость сдвига фаз между «волной уровней» и «волной скоростей» от пространства и времени и ряд других обстоятельств часто приводят к весьма сложному режиму приливов. Однако этому вопросу не уделено пока в океанографической литературе должного внимания. Покажем на элементарной схеме интерференции двух волн, что ряд наиболее характерных из указанных выше особенностей обусловлен наличием волн, отраженных от концов пролива.

Рассмотрим распространение свободных длинных волн малой амплитуды в прямолинейном канале постоянного прямоугольного сечения глубины H. Для упрощения пренебрежем влиянием вращения земли. Направим ось x вдоль оси канала. Пусть одним концом канал уходит в $-\infty$, другим ($x=0$) сочленен с водоемом, ограниченным прямолинейным берегом. Ширину канала полагаем малой по сравнению с длиной волны. Обозначим вертикальное смещение частицы, лежащей на поверхности, через η и горизонтальное смещение той же частицы через ξ. Как известно, величина η приближенно удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2\eta}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2\eta}{\partial x^2}, \tag{1}$$

где $c=\sqrt{gH}$. Здесь g — ускорение земного тяготения. Величины η и ξ связаны уравнением неразрывности:

$$\eta = -H\frac{\partial\xi}{\partial x}. \tag{2}$$

Считаем процесс установившимся, а волны распространяющимися из $x=-\infty$ вправо вдоль оси x. В этом случае решение уравнения (1), соответствующее поступательной волне, имеет вид $\eta_1 = A\sin(\omega t - kx)$, где $k=\omega/c$ (ω — круговая частота). Решение, отвечающее отраженной волне, соответственно, имеет вид $\eta_2 = -\alpha A\sin(\omega t + kx)$, где α $(0 \leqslant \alpha \leqslant 1)$ — коэффициент отражения. Здесь упрощенно принимается, что при отражении фаза волны меняется на π по всему поперечнику канала. Не уменьшая общности, полагаем $A=1$. Тогда суммарная волна будет дана выражением

$$\eta=\eta_1+\eta_2=\sin(\omega t+kx)-\alpha\sin(\omega t+kx), \tag{3}$$

или, после некоторых преобразований,

$$\eta=(1-\alpha)\sin(\omega t-kx)-2\alpha\cos\omega t\sin kx. \tag{4}$$

Это как бы поступательная волна амплитуды $1-\alpha$, распространяющаяся в канале, где установилась стоячая волна амплитуды 2α, с узлами в точках $x_i=n\pi/k$ и пучностями в точках $x_j=(2n+1)\pi/2k$ ($n=0, 1, 2, \ldots$).

Выражение (3) можно трактовать еще и как поступательную волну с амплитудой, периодически изменяющейся по мере перемещения волны в канале. Именно, в точках x_j (в «пучностях») амплитуда достигает максимума, в точках x_i (в «узлах») — минимумов. Это приводит к тому, что для наблюдателя, помещенного в некоторой точке оси канала и отмечающего моменты прохождения того или иного уровня, момент прохождения полной воды (максимального уровня), вообще говоря, не совпадает с моментом прохождения гребня волны. Это объясняется следующим обстоятельством. Пусть в точке, находящейся между x_j и x_i (между пучностью и узлом стоячей воды) сделана отметка уровня в момент, когда гребень волны находится в точке x_j. В этот момент волна имеет максимальную амплитуду и уровень в точке измерения может оказаться достаточно высоким. По мере перемещения гребня волны из точки x_j в точку наблюдения ее амплитуда будет уменьшаться, и может случиться, что в момент прохождения гребня волны через эту точку амплитуда будет меньше, чем ранее сделанная отметка уровня. Таким образом, наблюдатель, отмечая в рассматриваемом канале момент прохождения полной воды, не в состоянии зафиксировать прямыми наблюдениями над уровнем в одной точке момент прохождения вершины волны. Аналогичные рассуждения можно привести и по отношению к другим фазам, скажем, по отношению к малой воде и подошве волны. Это создает трудности при обработке эмпирических материалов. С другой стороны, это дает объяснение многих из так называемых «неправильностей» в приливо-отливных режимах в проливах.

При исследовании приливных явлений важное место занимает знание скорости распространения той или иной фазы прилива, в частности, скажем, скорости перемещения линии полной воды. Естественно ожидать, что для волны типа (3) она не будет совпадать со скоростью распространения поступательной (или отраженной) волны $c=\sqrt{gH}$. Определим ее для волны типа (3). Для этого зафиксируем на оси канала точку x и найдем тот момент времени t, для которого отклонение в выбранной точке x будет максимальным. Затем найдем скорость c_1 перемещения этого максимума:

$$c_1=c\,\frac{1+\alpha^2-2\alpha\cos 2kx}{1-\alpha^2}. \tag{5}$$

Здесь $c=\sqrt{gH}$ — скорость поступательной волны. Скорость c_1 перемещения линии полной воды меняется вдоль оси канала, несмотря на то, что сечение канала и скорость c остаются постоянными. Так, в точках x_j (в «пучностях») $c_1=c\,\frac{1+\alpha}{1-\alpha}$, т. е. c_1 больше скорости c поступательной волны. В точках x_i (в «узлах») $c_1=c\,\frac{1-\alpha}{1+\alpha}$, т. е. c_1 меньше скорости c поступательной волны. Для больших значений коэффициента α скорость перемещения линии полной воды в точках x_j может во много раз превышать скорость в точках x_l. Это обстоятельство приводит к сгущению линий полной воды в районах «узлов» и к разрешению их в районах «пучностей». Интересно также отметить, что расстояние, равное половине длины волны, линия полной воды проходит за полпериода, т. е. ее скорость, осредненная за полпериода, совпадает со скоростью поступательной волны. Аналогичным приемом можно получить скорости перемещения других элементов сложной волны типа (3), скажем, гребня волны c_2:

$$c_2 = c\,\frac{1+\alpha^2+2\alpha\cos 2kx}{1-\alpha^2}\,. \tag{6}$$

Скорость перемещения гребня не совпадает со скоростью перемещения линии полной воды. Из (6) видно, что в точках x_j (в «пучностях») $c_2 = c\,\frac{1-\alpha}{1+\alpha}$, а в точках x_l (в «узлах») $c_2 = c\,\frac{1+\alpha}{1-\alpha}$. Таким образом, в «пучностях» гребень волны (3) перемещается медленнее поступательной волны, в «узле» — быстрее. В пределе при полном отражении ($\alpha \to 1$) эта скорость в «пучности» $\to 0$, и волна обращается в чисто стоячую.

Можно показать, что с гребнем волны связана линия максимальных скоростей приливных течений. Как уже отмечалось, горизонтальные смещения частицы ξ связаны с η уравнением неразрывности (2). Следовательно, волне «уровней» (3) будет соответствовать волна «скоростей»:

$$u = \frac{\partial\xi}{\partial t} = \frac{c}{H}\left[\sin(\omega t - kx) + \alpha\sin(\omega t + kx)\right]. \tag{7}$$

Определяя скорость перемещения той или иной приливной фазы для такой комбинации волн, приходим, например, для линии максимальных скоростей течения к выражению (6).

Без труда можно показать, что линия максимальных скоростей течения в «пучности» совпадает с линией полной воды, но перемещается медленнее ее и поэтому при движении между «пучностью» и «узлом» отстает от нее. В «узле» они снова соединяются, но здесь уж линия максимальных скоростей течения перемещается быстрее линии полной воды и при последующем движении между «узлом» и «пучностью» идет впереди ее. Этим объясняется то обстоятельство, что сдвиг фаз между, скажем, линией полной воды и линией максимальных скоростей течения в различных участках канала различный. Если моменты прохождения полной воды и максимальной скорости течения обозначить, соответственно, через t_1 и t_2, то

$$t_1 - t_2 = \frac{T}{2\pi}\left[\operatorname{arctg}\left(-\frac{1-\alpha}{1+\alpha}\operatorname{ctg} kx\right) - \operatorname{arctg}\left(-\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\operatorname{ctg} kx\right)\right], \tag{8}$$

где T — период волны. Из (8) видно, что в «пучностях» и «узлах» сдвиг фаз обращается в нуль, в промежутках же между ними он может достигать значительной величины, причем при α, близком к единице, $t_1 - t_2$ близко к $^1/_4 T$.

Переходя к реальному проливу, следует сказать, что если его длина такова, что возможны стоячие приливные волны, естественно ожидать для приливного режима особенностей, выявленных для описанной выше интерференционной схемы. И действительно, даже эта простая схема для ряда случаев дает хорошие качественные совпадения, хотя нельзя не отметить, что для реального пролива интерференционная схема безусловно сложнее, нежели (3), так как сказывается отражение и от второго конца пролива. Но, по всей вероятности, влияние повторно отраженных волн сказывается слабо из-за малости их амплитуд.

Для получения более близких количественных зависимостей необходим также учет влияния вращения земли. Для достаточно узкого канала это приводит к формулам для скоростей, являющихся функциями, кроме координаты x, также и координаты y, меняющейся вдоль поперечника канала. Более существенное влияние оказывает вращение земли на форму линий одинаковых фаз прилива. Так, если уравнение линий полной воды для канала без учета вращения земли имеет вид

$$\operatorname{ctg} kx = -\frac{1+\alpha}{1-\alpha} \operatorname{tg} \omega t, \tag{9}$$

то с учетом вращения

$$\operatorname{ctg} kx = -\frac{e^{-\frac{\Omega}{c}y} + \alpha e^{\frac{\Omega}{c}y}}{e^{-\frac{\Omega}{c}y} - \alpha e^{\frac{\Omega}{c}y}} \operatorname{tg} \omega t, \tag{10}$$

где $\Omega = 2\overline{\omega} \sin \varphi$. Здесь $\overline{\omega}$ — угловая скорость вращения земли, φ — географическая широта. Если ввести приближенный учет затухания волны под влиянием трения, то (10) примет вид

$$\operatorname{ctg} kx = -\frac{e^{-\frac{\Omega}{c}y-\delta x} + \alpha e^{\frac{\Omega}{c}y+\delta x}}{e^{-\frac{\Omega}{c}y-\delta x} - \alpha e^{\frac{\Omega}{c}y+\delta x}} \operatorname{tg} \omega t. \tag{11}$$

Здесь δ — декремент затухания волны при движении ее вдоль канала. Аналогичными приемами можно получить уравнения для линий одинаковых фаз и других элементов прилива.

Из сказанного можно также вывести, что построение котидальных карт, исходя из знания скорости прогрессивной приливной волны и отождествляя полную воду с гребнем волны, может привести к удовлетворительным результатам лишь для районов, где влияние отраженных волн пренебрежимо мало.

Институт океанологии
Академии наук СССР

Поступило
8 VIII 1952