

Д. А. ФРАНК-КАМЕНЕЦКИЙ

НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ЗВЕЗДАХ

(Представлено академиком Н. Н. Семеновым 28 VI 1952)

Из результатов, полученных в предыдущих работах (1,2), следует, что можно построить модель пульсирующей звезды, в которой относительная амплитуда пульсаций возрастает от периферии к центру. Это возрастание относительной амплитуды происходит в тонкой пери-

ферической зоне толщины порядка $l = \left(\frac{\beta}{\gamma\tau\omega}\right)^{\frac{1}{\alpha+2}} R_0$ (обозначения см. (2)) у поверхности звезды; только в этой зоне существенны неадиабатичность пульсаций и связанный с нею сдвиг фаз. Толщина периферической зоны порядка нескольких сотых от радиуса звезды. Остальная часть звезды представляет собою внутреннюю зону, в которой относительная амплитуда пульсаций близка к максимуму и мало меняется.

Для описания процесса пульсаций во внутренней зоне можно воспользоваться простейшим приближением подобных адиабатических пульсаций.

Механическое уравнение (обозначения см. (2)):

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p + g \quad (1)$$

в этом приближении принимает вид:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \omega_0^2 \left(\frac{1}{y^{3\gamma-2}} - \frac{1}{y^2} \right), \quad (2)$$

где $y = r/r_0$; γ — показатель адиабаты; $\omega_0 = \sqrt{\frac{g_0}{r_0}} = \sqrt{\frac{4\pi}{3} G \bar{\rho}}$ (индекс 0 относится к состоянию равновесия; G — гравитационная постоянная; $\bar{\rho}$ — некоторым образом усредненная плотность звезды). При малых амплитудах, когда колебания становятся гармоническими, круговая частота их равна ω_0 , т. е. определяется плотностью звезды; при больших амплитудах, когда колебания существенно нелинейны, частота пульсаций зависит не только от ω_0 , но и от амплитуды.

Уравнение (2) легко интегрируется в квадратурах. Если пренебречь световым давлением, т. е. положить $\gamma = 5/3$, то из (2) полу-

чится простое уравнение:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \omega_0^2 \left(\frac{1}{y^3} - \frac{1}{y^2} \right), \quad (2a)$$

которое интегрируется в элементарных функциях.

Результат интегрирования удобно представить в параметрической форме:

$$y = \frac{1}{1-A^2} (1 + A \sin z), \quad (3)$$

$$t = \frac{1}{\omega_0 (1-A^2)^{3/2}} (z - A \cos z), \quad (4)$$

где вспомогательная переменная z представляет собою деформированное время; A — постоянная интегрирования, которая для малых колебаний равна амплитуде. В общем случае значение y меняется в процессе пульсации от $\frac{1}{1+A}$ до $\frac{1}{1-A}$.

Формулы (3), (4) должны описать форму колебательной кривой во внутренней зоне звезды, недоступной непосредственному наблюдению. Предположим теперь, что наблюдаемый период пульсаций определяется внутренней зоной и что изменение наблюдаемой светимости L связано с ходом пульсации во внутренней зоне естественным соотношением:

$$\frac{L}{L_0} = y^{-\mu}, \quad (5)$$

где μ — показатель, зависящий от свойств вещества и строения звезды. Тогда (4) даст зависимость между амплитудой и периодом пульсаций.

В астрофизике под „амплитудой“ переменной звезды принято понимать изменение ее светимости, выраженной в звездных величинах:

$$\Delta m = \frac{5}{2} \log_{10} \frac{L_{\max}}{L_{\min}}. \quad (6)$$

Эта величина связана с нашей постоянной A соотношением:

$$\Delta m = \frac{5}{2} \mu \log_{10} \frac{1+A}{1-A}, \quad (7)$$

где μ определяется формулой (5).

В пределах группы переменных звезд с малыми (например Цефеиды) или близкими между собой амплитудами период определяется значением ω_0 , т. е. плотностью звезды. Но если сравнивать звезды с сильно отличающимися амплитудами пульсаций, то зависимость периода от амплитуды делается более существенной, чем зависимость от ω_0 (т. е. от плотности звезды). Рассматривая различные массы переменных звезд с широко меняющимися амплитудами, можно считать ω_0 за мало меняющуюся величину, и в статистическом среднем искать зависимость между периодом P и амплитудой. Как видно из (4), эта зависимость должна иметь вид:

$$P = P_0 (1-A)^{-3/2}, \quad (8)$$

где P_0 — период малых колебаний, который должен быть близок к периодам Цефеид. При малых амплитудах период, согласно (8), не зависит от амплитуды и равен P_0 . При больших амплитудах ($A \approx 1$), согласно (7) и (8):

$$\Delta m = 5/2 \mu \log 2 - 5/2 \mu \log (1-A),$$

$$\log P = \log P_0 - 3/2 \log 2 - 3/2 \log (1-A).$$

Исключая A , получаем:

$$\Delta m = -\frac{5}{3}\mu \log P_0 + 5\mu \log 2 + \frac{5}{3}\mu \log P. \quad (9)$$

Обращает на себя внимание близкое сходство (9) с формулой, выведенной Паренаго и Кукаркиным (цитируем по ⁽²⁾) из наблюдений над звездами типа U Близнецов и распространенной ими впоследствии на повторные новые. Если положить $\mu = 1$, то (9) в точности совпадает с формулой Паренаго и Кукаркина, а для P_0 получится значение около 2,5 дней, близкое к периодам Цефеид.

Неправильно было бы приписывать слишком большое значение этому численному совпадению, так как оно получилось при произвольно подобранном значении μ . Но нельзя не отметить, что рассматриваемая модель правильно описывает качественный характер зависимости между амплитудой и периодом пульсаций, в которую укладываются самые различные классы переменных звезд.

Поступило
28 VI 1952

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Д. А. Франк-Каменецкий, ДАН, 77, 385 (1951). ² Д. А. Франк-Каменецкий, ДАН, 80, 185 (1951). ³ Б. А. Воронцов-Вельяминов, Газовые туманности и новые звезды, изд. АН СССР, М.—Л., 1948, стр. 193.

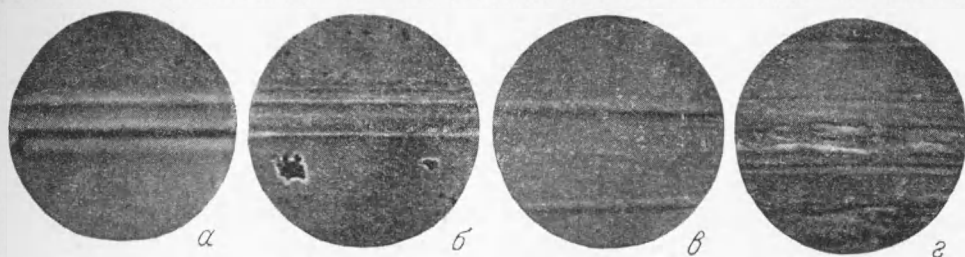


Рис. 1. *а* — след полосы скольжения на грани (100); направление следа [011]; направление усилия деформирования [001]; $\times 7250$. *б* — след полосы скольжения на грани (100); направление следа [011]; направление усилия деформирования [011]; $\times 5160$. *в* — следы двух полос скольжения на грани (100); направление следов [011]; направление усилия деформирования [001]; $\times 5160$. *г* — система следов полос скольжения на грани (100) после травления водой; направление широких следов [011]; направление усилия деформирования [001]; $\times 7250$

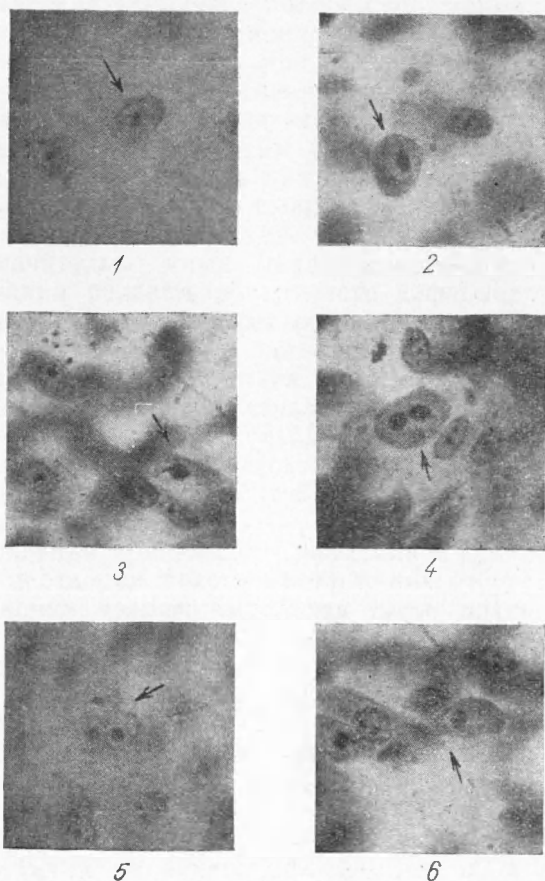


Рис. 3. 1 — то же, что рис. 1 Б; 2 — то же, что рис. 1 В; 3, 4 — дочерняя клетка, выбухшая над слоем цитотрофобласта; 5, 6 — дочерние клетки сближены в единую группу