Доклады Академии Наук СССР
1952. Том LXXXVI, № 1

ФИЗИКА

И. Л. БЕРШТЕЙН и Г. С. ГОРЕЛИК

К ТЕОРИИ ЗВЕЗДНОГО ИНТЕРФЕРОМЕТРА МАЙКЕЛЬСОНА

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 30 VI 1952)

1. Звездный интерферометр Майкельсона (рис. 1) позволяет измерить угловой диаметр звезды ψ посредством наблюдения изменения видимости $V(s, \psi)$ интерференционной картины в зависимости от расстояния s между зеркалами $M_1 M_4$ (базиса). При $s = 0$ видимость наибольшая и равна 1. При увеличении s видимость проходит через ряд минимумов (нулей) и максимумов. Первый нуль видимости (первое исчезновение интерференционных полос) соответствует $s = 1{,}22\lambda / \psi$, где λ — длина волны.

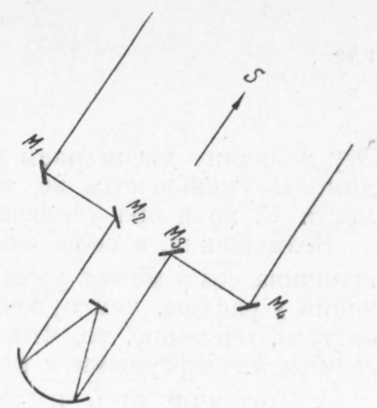

Рис. 1

Майкельсон считал [1], что для измерения размера источника необходим базис, обеспечивающий исчезновение интерференционных полос, т. е. $s > 1{,}22\lambda/\psi$. Отсюда следует, что для измерения угловых диаметров звезд (порядка сотых долей секунды и менее) необходимы s порядка 10 м и больше. Майкельсон считал далее, что атмосферные и механические возмущения создают верхний предел практически осуществимых значений s, а тем самым и нижний предел поддающихся измерению величин ψ.

Такое представление о пределе измерения угловых диаметров звезд соответствует возможностям визуальных и фотографических методов наблюдения интерференционных картин. Проникновение в оптику радиофизической аппаратуры в сочетании с фотоэлементами и фотоумножителями заставляет пересмотреть принятые представления о разрешающей силе оптических интерференционных устройств [2]. В связи с этим естественно возникают вопросы: действительно ли атмосферные и механические возмущения кладут предел увеличению длины базиса в звездном интерферометре? Действительно ли при длине базиса s можно измерять только диаметры, превышающие $1{,}22\lambda / s$? Мы покажем, что на оба эти вопроса должен быть дан отрицательный ответ.

2. Обозначим: s_0 — расстояние между зеркалами M_2, M_3; f — фокусное расстояние рефлектора. Проведем в его фокальной плоскости ось x параллельно базису. На достаточно малом (по сравнению с $\lambda f / a$, a — размер зеркал M) участке фокальной плоскости, около середины картины, даваемой исследуемой звездой, распределение освещенности

описывается выражением

$$I = 2I_0 \{1 + V\cos(\alpha x + \varphi)\}, \qquad (1)$$

где I_0 — освещенность, создаваемая каждым из интерферирующих пучков в отдельности; $\alpha = 2\pi s_0/\lambda f$; φ — разность фаз между колебаниями, приходящими в точку $x = 0$ по обоим путям интерферометра от точечного источника, расположенного в бесконечно удаленной точке S перпендикуляра к базису.

Вследствие атмосферных возмущений (случайных изменений разности оптических путей SM_1, SM_4) и механических возмущений (случайных изменений расстояния M_1M_4) величина φ является случайной функцией времени $\varphi(t)$.

Рассмотрим постоянную слагаемую (среднее значение) интенсивности

$$\overline{I} = 2I_0 \{1 + V(\cos\alpha x\,\overline{\cos\varphi} - \sin\alpha x\,\overline{\sin\varphi})\}$$

— это та величина, на которую реагирует глаз (фотопластинка), если $\varphi(t)$ меняется быстро по сравнению с временем, за которое образуется зрительное ощущение (длительностью экспозиции).

Пусть начало координат выбрано так, что $\overline{\varphi} = 0$. Если, как естественно предположить, распределение φ симметрично относительно $\varphi = 0$, то $\overline{\sin\varphi} = 0$ и

$$\overline{I} = 2I_0 \{1 + V'\cos\alpha x\},$$

где

$$V' = V\overline{\cos\varphi}. \qquad (2)$$

Эту величину мы назовем эффективной видимостью. Эффективная видимость уменьшается не только при уменьшении „истинной“ видимости V, но и при увеличении возмущений $\varphi(t)$ *.

Возмущения, в свою очередь, растут с ростом s. Если ψ очень мало, величина $\overline{\cos\varphi}$ может уменьшиться практически до нуля при увеличении s раньше, чем существенно изменится величина V. В этом и состоит, очевидно, то, что Майкельсон ([1]) называет „пределом, налагаемым атмосферными и механическими возмущениями“ **.

3. В отличие от $\overline{I}$, переменная слагаемая интенсивности

$$I - \overline{I} = 2I_0V\{\cos\alpha x(\cos\varphi - \overline{\cos\varphi}) - \sin\alpha x \sin\varphi\}$$

ведет себя совершенно по-разному при уменьшении видимости и при увеличении возмущений. При наличии возмущений выражение в фигурных скобках не равно тождественно нулю, и $I - \overline{I}$ обращается тождественно в нуль только тогда, когда $V(s) = 0$. Таким образом, наблюдение с помощью фотоэлемента (фотоумножителя) и подходящей радиофизической аппаратуры исчезновения переменной слагаемой интенсивности в произвольной узкой полоске x, $x + \Delta x$ интерференционной картины при увеличении s позволяет (как бы ни были велики возмущения) определить нули функции $V(s)$, а отсюда — величину ψ.

Представим, для определенности, что измеряется дисперсия осве-

* Например, в случае, когда $\varphi(t)$ имеет нормальное распределение, как показывает вычисление, $\overline{\cos\varphi} = e^{-\overline{\varphi^2}/2}$.

** Мы не входим в обсуждения возможности очень точного количественного исследования зависимости V' от s, позволяющего различать изменение обоих множителей формулы (2) от изменения одного только множителя $\overline{\cos\varphi}$.

щенности

$$D=\overline{(I-\bar{I})^2}.$$

Принимая во внимание, что

$$\overline{\sin\varphi\cos\varphi}=\frac{1}{2}\,\overline{\sin 2\varphi}=0,$$

имеем

$$D=4I_0^2V^2\{\cos^2\alpha x\,\overline{(\cos\varphi-\overline{\cos\varphi})^2}+\sin^2\alpha x\,\overline{\sin^2\varphi}\}$$

и далее, после элементарных преобразований,

$$D=4I_0^2V^2\{(1-\overline{\cos\varphi}^2)-\cos 2\alpha x\,(\overline{\cos\varphi}^2-\overline{\cos 2\varphi})\},$$

где V, $\overline{\cos\varphi}$, $\overline{\cos 2\varphi}$ — функции от s, но не от x.

При заданном s имеем

$$D=D_{\max}=4I_0^2V^2\{1-\overline{\cos\varphi}^2+(\overline{\cos\varphi}^2-\overline{\cos 2\varphi})\}\qquad(\alpha x=0,\pm 2\pi,\pm 4\pi,\ldots);$$

$$D=D_{\min}=4I_0^2V^2\{1-\overline{\cos\varphi}^2-(\overline{\cos\varphi}^2-\overline{\cos 2\varphi})\}\qquad(\alpha x=\pm\pi,\pm 3\pi,\ldots),$$

откуда

$$D_{\text{ср}}=\frac{D_{\max}+D_{\min}}{2}=4I_0^2V^2(1-\overline{\cos\varphi}^2).$$

Зависимость $D_{\text{ср}}$ от s имеет вид, показанный (качественно) на рис. 2 в предположении, что $\overline{\cos\varphi}$ — убывающая функция от s, обращающаяся в 1 (возмущение отсутствует) при $s=0$. Нули $D_{\text{ср}}$ совпадают (кроме $s=0$) с нулями истинной видимости.

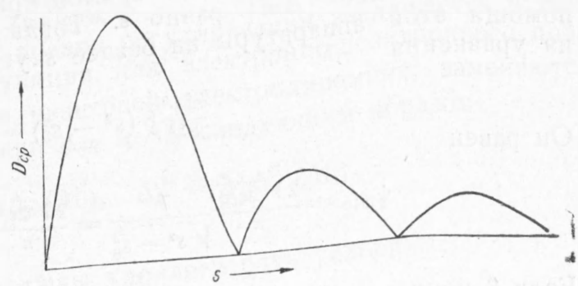

Рис. 2

Мы приходим к выводу, что если измерение проводится посредством наблюдения переменной слагаемой интенсивности, рост возмущений с увеличением s не кладет никакого предела возможности увеличения базиса звездного интерферометра.

4. Обратим внимание на аналогию между видимостью

$$V=\frac{I_{\max}(x)-I_{\min}(x)}{I_{\max}(x)+I_{\min}(x)}$$

интерференционной картины и величиной

$$m=\frac{I_{\max}(t)-I_{\min}(t)}{I_{\max}(t)+I_{\min}(t)},$$

называемой в радиотехнике глубиной модуляции меняющейся со временем величины $I(t)$.

Если $\varphi(t)$ меняется в интервале, превышающем 2π (этого можно достигнуть, заставив колебаться одно из зеркал M_1, M_4 с амплитудой, существенно превышающей λ), интенсивность I при произвольном фиксированном x меняется со временем согласно (1) с глубиной модуляции $m = V$, т. е. равной истинной видимости интерференционной картины. Ток фотоэлемента (за вычетом темнового тока), воспринимающего свет с узкой полоски x, $x+\Delta x$ интерференционной картины, меняется с глубиной модуляции:

$$m = V\beta, \quad \beta = \frac{2}{\alpha\Delta x}\sin\frac{\alpha\Delta x}{2}.$$

Предположим, для определенности, что поверхность звезды светится равномерно. В этом случае, как известно,

$$V = 2\frac{J_1(z)}{z} = 1 - \frac{z^2}{2^2\cdot 2} + \frac{z^4}{2^2\cdot 4^2\cdot 3} - \frac{z^6}{2^2\cdot 4^2\cdot 6^2\cdot 4} + \ldots$$

$J_1(z)$ — бесселева функция 1-го порядка), где $z = \pi s\psi/\lambda$.

Будем считать ψ настолько малым, что в пределах базиса с достаточным приближением

$$V = 1 - \frac{z^2}{2^2.2} = 1 - \frac{\pi^2 s^2\psi^2}{8\lambda^2}.$$

При изменении s от $s = s_0$ до некоторого $s = s_1 > s_0$ глубина модуляции изменяется на

$$\Delta m = -\frac{\pi^2\psi^2}{8\lambda^2}\beta\,(s_1^2 - s_0^2).$$

Из этого соотношения можно, измерив Δm и зная s_1, s_0, β, λ, вычислить ψ. Пусть наименьшее измеримое при помощи той или иной аппаратуры значение $|\Delta m|$ равно ε. Тогда наименьший измеримый при помощи этой аппаратуры на базисе s угловой диаметр определится из уравнения

$$\frac{\pi^2\psi^2}{8\lambda^2}\beta\,(s^2 - s_0^2) = \varepsilon.$$

Он равен

$$\psi_{\min} = \frac{2\sqrt{2\varepsilon/\beta}}{\pi}\frac{\lambda}{\sqrt{s^2 - s_0^2}} = \frac{2\sqrt{2\varepsilon/\beta}}{\pi}\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{s_0}{s}\right)^2}}\frac{\lambda}{s}.$$

Если β порядка единицы (т. е. $\alpha\Delta x \ll 1$) и s достаточно велико по сравнению с s_0, то $\psi_{\min}$ — порядка $\sqrt{\varepsilon}\,\frac{\lambda}{s}$. Величина $\sqrt{\varepsilon}$ может быть сделана малой по сравнению с 1.

Мы приходим к выводу, что существует возможность измерить с помощью звездного интерферометра с заданным базисом s угловые диаметры звезд, существенно меньшие, чем λ/s.

Физико-технический институт
при Горьковском государственном университете

Поступило
28 IV 1952

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. А. Майкельсон, Исследования по оптике, М.-Л. [2] Г. С. Горелик, ДАН, 83, № 4 (1952).