Доклады Академии Наук СССР
1952. Том LXXXVI, № 1

ФИЗИКА

А. А. АБРИКОСОВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕЛИЧИНЫ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ И НОРМАЛЬНОЙ ПРОВОДИМОСТИ СВЕРХПРОВОДНИКОВ

(Представлено академиком Л. Д. Ландау 4 VII 1952)

Исследование сверхпроводников в высокочастотном поле позволяет обнаружить ряд свойств, представляющих большой интерес с точки зрения микроскопической теории сверхпроводимости.

Согласно современным представлениям, ток в сверхпроводнике представляет собой сумму нормального и сверхпроводящего токов. Нормальный ток характеризуется проводимостью σ. Сверхпроводящий ток, согласно теории Лондона, приводит к появлению диэлектрической проницаемости в переменном поле, равной $-c^2/\omega^2\delta_0^2$, где δ_0 — глубина проникновения статического магнитного поля в сверхпроводник. Кроме того, Л. Д. Ландау высказал предположение, что электроны в сверхпроводнике могут давать большую диэлектрическую проницаемость ε_0, не связанную со сверхпроводящим током и имеющую порядок величины 10^8-10^{10} при $T \ll T_к$ и $\omega \ll kT_к/h$ [1]. Таким образом, полная диэлектрическая проницаемость

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - \frac{c^2}{\omega^2\delta_0^2}. \tag{1}$$

Эксперименты с высокочастотным полем дают возможность найти зависимость этой величины от температуры, а также определить σ/l, где l — длина пробега электронов, участвующих в нормальном токе.

В последнее время появились работы [1, 2], посвященные теоретическому определению величины $Z = R + iX$ — поверхностного сопротивления сверхпроводников в высокочастотном поле. Эту величину можно измерить на опыте, и таким образом найти величины σ/l и ε, входящие в формулу для Z. Однако полученные в этих работах выражения имеют ряд недостатков. В работе [2] авторы правильно подходят к вопросу и, в частности, находят правильные интегральные выражения для Z. Однако вместо того, чтобы получать формулы, связывающие Z с σ и ε, они вводят в интегралы соотношение, которое может быть записано в виде

$$\frac{\sigma(T)}{\sigma(T_к)} = 1 - \frac{\delta_0^2(0)}{\delta_0^2(T)}. \tag{2}$$

Это соотношение является результатом предположения, что все «свободные электроны» участвуют либо в нормальном, либо в сверхпроводящем токе. Возможность появления ε_0 в работе [2] не учитывается. Поэтому формулы, полученные в [2], непригодны для нахождения температурной зависимости ε и σ из экспериментальных значений Z. В работе В. Л. Гинзбурга [1] учитывается наличие ε_0, но использовано выражение для эффективной проводимости

$$\sigma_{\text{эфф}} = \sigma_0 \frac{\delta_{\text{скин}}}{l} \pi i e^{-\frac{2\pi}{3} i}, \tag{3}$$

заимствованное из теории аномального скин-эффекта для нормального состояния. Применимость этого соотношения к сверхпроводникам неясна.

В настоящей работе получены формулы для Z, не опирающиеся на какие-либо соотношения для σ и ε. Нахождение Z, согласно теории аномального скин-эффекта [5], для случая $\delta_{\text{скин}} \ll l$* сводится к вычислению следующих выражений (см. также [2]):

а) в случае диффузного отражения электронов на границе металла с вакуумом

$$Z = -\frac{4\pi^2\omega}{c^2} \Bigg/ \int\limits_0^{i\infty} \ln \frac{2\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon t + \frac{9\pi^2\omega}{c^2}\left(\frac{\sigma}{l}\right)}{t^2 + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon t + \frac{3\pi^2\omega}{c^2}\left(\frac{\sigma}{l}\right)} dt; \tag{4}$$

б) в случае зеркального отражения

$$Z = -\frac{8\omega}{c^2} \int\limits_0^{i\infty} \frac{t\,dt}{t^3 + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon t + \frac{3\pi^2\omega}{c^2}\left(\frac{\sigma}{l}\right)}. \tag{5}$$

Вычисление интегралов приводит к следующим формулам для σ/l и ε:

$$\frac{\sigma}{l} = \frac{2c^2}{3\pi^2\omega} \lambda^3 (1 + \eta), \tag{6}$$

$$\varepsilon = \frac{c^2}{\omega^2} \lambda^2 (\eta - 3). \tag{7}$$

Параметры η и λ определяются из значений R и X при помощи уравнений:

а) для случая диффузного отражения

$$\frac{R}{X} = \frac{1}{2\pi}\left[2\sqrt{\eta}\operatorname{arc\,tg}\sqrt{\eta} - \ln\left(\frac{1+\eta}{4}\right)\right], \tag{8}$$

$$\lambda = \frac{2\pi\omega}{c^2} \frac{X}{X^2 + R^2}; \tag{9}$$

б) для случая зеркального отражения

$$\frac{R}{X} = \frac{1}{2\pi}\left[\left(\frac{3}{\eta} + 1\right)\sqrt{\eta}\operatorname{arc\,tg}\sqrt{\eta} + \ln\left(\frac{1+\eta}{4}\right)\right]; \tag{10}$$

$$\lambda = \frac{16\omega\pi}{Xc^2(9+\eta)}. \tag{11}$$

Так как $\sigma/l > 0$, то, во всяком случае, $\eta > -1$. При этом $\eta < 3$ соответствует $\varepsilon < 0$, а $\eta > 3$ соответствует $\varepsilon > 0$. В случае $\eta < 0$ в формулах надо заменить $\sqrt{\eta}\operatorname{arc\,tg}\sqrt{\eta}$ на $-\sqrt{|\eta|}\operatorname{ar\,th}\sqrt{|\eta|}$.

Функции $R/X = f(\eta)$ для обоих случаев представлены графически на рис. 1. Для практических применений лучше пользоваться формулами (8), (9), так как случай диффузного отражения более оправдан

---

* Это справедливо для частот $\omega > 10^{10}$ и гелиевых температур.

физически. Нетрудно видеть, что в предельных случаях $T = T_к$ ($\varepsilon = 0$) и $T = 0$ ($\sigma = 0$) формулы дают правильную связь Z с σ и, соответственно, с ε.

Именно, для случая а) при $\varepsilon \to 0$

$$\eta = 3, \quad \lambda = \sqrt[3]{\frac{3\pi^2\omega\sigma}{8c^2 l}}, \quad Z = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{3}\,\pi\omega^2 l}{c^4\sigma}}\,(1 + i\sqrt{3}), \tag{12}$$

что совпадает с формулой (44) работы ([5]) для аномального скин-эффекта в нормальном металле при $\delta_{скин} \ll l$.

В случае $\sigma \to 0$, если $\varepsilon < 0$, то

$$\eta = -1, \quad \lambda = \frac{\omega}{2c}\sqrt{|\varepsilon|}, \quad Z = iX = \frac{4\pi}{c}\frac{1}{\sqrt{|\varepsilon|}}; \tag{13}$$

если же $\varepsilon > 0$, то

$$\eta \to \infty, \quad \lambda = \frac{\omega}{c}\frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{\eta}} \to 0, \quad Z = R = \frac{4\pi}{c}\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}. \tag{14}$$

В случае б) дело обстоит подобным образом. Приведенные формулы использованы в работе М. С. Хайкина ([3]), который произвел экспериментальное определение поверхностного сопротивления сверхпроводников.

Второй способ определения ε и σ заключается в измерении Z тонких слоев, толщина которых $d \ll \ll \delta_{скин} \ll l$. В этом случае можно пользоваться формулой

$$\frac{1}{Z} = \sigma d + \frac{i\omega d}{4\pi}\,\varepsilon, \tag{15}$$

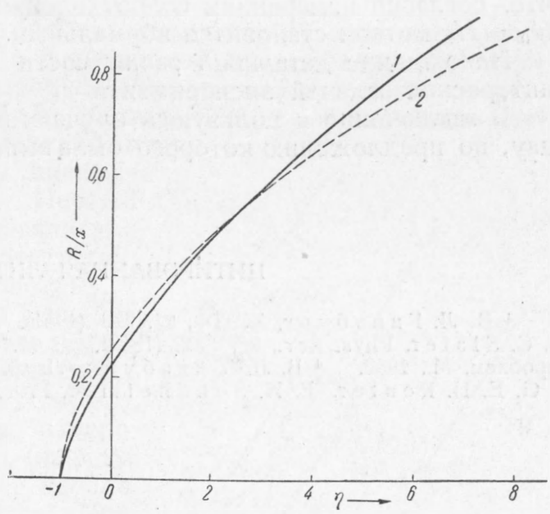

Рис. 1. График для определения η. *1* — диффузное отражение, *2* — зеркальное отражение

получающейся довольно элементарным образом. При этом следует иметь в виду, что нормальная проводимость слоя $\sigma \sim \sigma_0 \dfrac{d}{l}$, где σ_0 — нормальная проводимость массивного материала*.

Приведенная формула дает возможность просто определить ε и σ и в том случае, когда ε является комплексной. Это может возникнуть при частотах $\sim 10^{11}$, где, повидимому, начинает играть роль квантовое поглощение (см. ([2])). Если предполагать, что σ / l не зависит от частоты, то можно однозначно определить комплексную ε, используя при этом значения σ / l, найденные при меньших частотах.

В случае массивных образцов формулы для определения комплексной диэлектрической постоянной из Z очень сложны, так что вряд ли имеет смысл ими пользоваться.

Представляет интерес определение Z тонких слоев, находящихся в некотором постоянном параллельном внешнем поле H_0. Если переменное поле имеет амплитуду $H_1 \ll H_0$, то можно считать, что имен-

* Эта формула приведена в работе ([1]), однако в члене с σ по ошибке взят неверный знак.

но H_0 определяет свойства сверхпроводника. В этом случае можно найти связь числа сверхпроводящих электронов с H_0 по теории Гинзбурга и Ландау ([4]). Для того чтобы поле, а следовательно и n_s* в сверхпроводнике были достаточно однородными, нужно, чтобы было выполнено неравенство $d \ll \delta_0$. При этом переход слоя из сверхпроводящего состояния в нормальное является фазовым переходом второго рода, т. е. в точке перехода $n_s = 0$. При этих предположениях теория Гинзбурга и Ландау дает следующую связь между n_s и H_0:

$$n_s(H_0) = n_s(0)\left(1 - \frac{H_0^2}{H_к^2}\right), \tag{16}$$

где $H_к = \frac{2\sqrt{6}\,\delta_0}{d} H_{км}$ — критическое поле слоя (d — толщина, $H_{км}$ — критическое поле массивного образца).

Этот же закон будет справедлив для второго члена в ε, так как $\delta_0 \sim 1/\sqrt{n_s}$. Относительно зависимости $\sigma(H)$ и $\varepsilon_0(H)$ можно лишь сказать, что при $H_0 = H_к(T)$ $\sigma = \sigma_{норм}(T)$, $\varepsilon_0 = 0$. Это следует из того, что, согласно измерениям сопротивления и тепловым измерениям, при $H_0 = H_к$ металл становится нормальным.

Нахождение детальной зависимости $\varepsilon_0(H)$ и $\sigma(H)$ является весьма интересной задачей эксперимента.

В заключение я пользуюсь случаем поблагодарить акад. Л. Д. Ландау, по предложению которого была выполнена настоящая работа.

Поступило
30 VI 1952

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ, 21, 979 (1951). [2] E. Maxwell, P. M. Marcus, J. C. Slater, Phys. Rev., 76, 1332 (1949). [3] М. С. Хайкин, Диссертация, Ин-т физ. проблем, М., 1952. [4] В. Л. Гинзбург, Л. Д. Ландау, ЖЭТФ, 20, 1064 (1950). [5] G. E. H. Reuter, E. H. Sondheimer, Proc. Roy. Soc., A, 195, 336 (1948).

* Согласно работе ([4]), $n_s = |\psi|^2$, а ψ определяется по формуле (60) с $H_J = 0$.