

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Г. П. ИВАНЦОВ и Б. Я. ЛЮБОВ

ПРОГРЕВ КУСКОВЫХ МАТЕРИАЛОВ В УСЛОВИЯХ ПРОТИВОТОКА

(Представлено академиком И. П. Бардиным 19 VI 1952)

Приближенное решение задачи о теплообмене между сыпучим материалом и пронизывающим его газом в условиях их противотока с учетом прогрева куска по толщине впервые было получено Б. И. Китаевым (1). Ниже излагается точное решение этой задачи в следующей постановке (рис. 1).

Через шахту высотой h и поперечным сечением f движется сверху вниз с постоянной скоростью w шихта, состоящая из шаров радиуса r_0 с начальной температурой $t_m = t_{m0}$, причем $r_0 \ll h$ и $r_0^2 \ll f$. Координата центра шара, отсчитываемая сверху вниз, x . Снизу вверх через шахту продувается газ с начальной температурой $t_r = t_{r0}$. Коэффициент теплоотдачи α от газов к поверхности шаров постояен, как и все параметры, характеризующие физические свойства системы. Пренебрегаем тепловым взаимодействием между шарами вследствие излучения и непосредственного соприкосновения. Водяной эквивалент потока газа W_r , шаров W_m . Полная поверхность всех n шаров, заполняющих шахту, F , время пребывания каждого из них в шахте τ_0 .

Рассматривается случай установившегося процесса. Следует найти температурное поле в одном из шаров как функцию времени и изменение температуры газа по высоте шахты.

Математическая формулировка задачи:
внутри каждого из шаров

$$\frac{\partial t_m}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t_m}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial t_m}{\partial r} \right); \quad (1')$$

дифференциальное уравнение, связывающее температуру потока газов и температуру поверхности шаров

$$\alpha (t_r - t_{m,r=r_0}) F \frac{dx}{h} = W_r dt_r.$$

Заменяя в этом уравнении $\frac{dx}{h} = \frac{d\tau}{\tau_0}$, $\tau_0 = \frac{4}{3} \pi r_0^3 n \gamma_m c_m / W_m$, $F = 4\pi r_0^2 n$, получим:

$$\frac{dt_r}{d\tau} = \frac{3\alpha W_m}{r_0 \gamma_m c_m W_r} (t_r - t_{m,r=r_0}). \quad (2')$$

На поверхности шара:

$$\lambda \left(\frac{\partial t_m}{\partial r} \right)_{r=r_0} = \alpha (t_r - t_{m,r=r_0}). \quad (3')$$

Кроме того:

$$\begin{aligned} \tau &= 0, & t_{\text{ш}} &= t_{\text{шн}}; \\ \tau &= \tau_0, & t_{\text{г}} &= t_{\text{гн}}. \end{aligned} \quad (4')$$

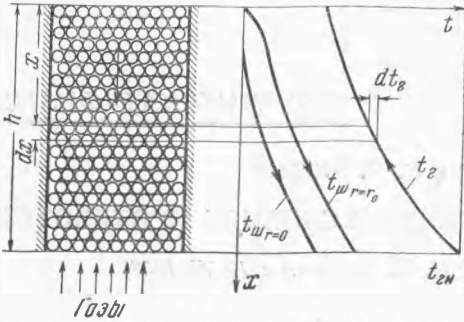


Рис. 1

Приведа систему (1') — (4') к безразмерному виду, получим:

$$\frac{\partial \theta_{\text{ш}}}{\partial T} = \frac{\partial^2 \theta_{\text{ш}}}{\partial \rho^2} + \frac{2}{\rho} \frac{\partial \theta_{\text{ш}}}{\partial \rho}; \quad (1)$$

$$\frac{d\theta_{\text{г}}}{dT} = \frac{3 \text{Bi}}{W} (\theta_{\text{г}} - \theta_{\text{ш}, \rho=1}); \quad (2)$$

$$\left(\frac{\partial \theta_{\text{ш}}}{\partial \rho} \right)_{\rho=1} = \text{Bi} (\theta_{\text{г}} - \theta_{\text{ш}, \rho=1}); \quad (3)$$

$$\begin{aligned} T &= 0, & \theta_{\text{ш}} &= 0, \\ T &= T_0, & \theta_{\text{г}} &= 1, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\rho = \frac{r}{r_0}$, $T = \frac{\alpha \tau}{r_0^2}$, $\theta_{\text{ш}} = \frac{t_{\text{ш}} - t_{\text{шн}}}{t_{\text{гн}} - t_{\text{шн}}}$, $\theta_{\text{г}} = \frac{t_{\text{г}} - t_{\text{шн}}}{t_{\text{гн}} - t_{\text{шн}}}$, $\text{Bi} = \frac{\alpha r_0}{\lambda}$, $W = \frac{W_{\text{г}}}{W_{\text{ш}}}$, $T_0 = \frac{\alpha \tau_0}{r_0^2}$.

Методом операционного исчисления было получено точное решение этой задачи. Для $W > 1$:

$$\theta_{\text{ш}}(\rho, T) = \frac{1}{\varphi(T_0)} \left(\frac{W}{W-1} + \frac{\text{Bi}}{\rho} \sum_n A_n (\text{Bi}, W) e^{-K_n^2 T} \sin K_n \rho \right); \quad (5)$$

$$\theta_{\text{г}}(T) = \frac{\varphi(T)}{\varphi(T_0)}; \quad (6)$$

$$A_n(\text{Bi}, W) = \frac{1}{\left(1 + \frac{\text{Bi}}{2}\right) K_n \cos K_n - \left(\frac{K_n^2}{2} + \frac{3}{2} \frac{\text{Bi}}{W} + 1 - \text{Bi}\right) \sin K_n}; \quad (7)$$

$$\varphi(T) = \frac{W}{W-1} - \frac{6 \text{Bi}^2}{W} \sum_n \frac{e^{-K_n^2 T}}{K_n^4 + \left(\frac{6 \text{Bi}}{W} + \text{Bi}^2 - \text{Bi}\right) K_n^2 + \frac{9 \text{Bi}^2}{W^2} - \frac{9 \text{Bi}^2}{W}}; \quad (8)$$

где

$$\frac{\text{tg } K_n}{K_n} = \frac{K_n^2 + 3 \text{Bi} / W}{(1 - \text{Bi}) K_n^2 + 3 \text{Bi} / W}. \quad (9)$$

При $W < 1$ первый корень трансцендентного уравнения (9) имеет чисто мнимое значение, и соответствующим образом меняется вид функций (5), (7), (8).

При $W = 1$ решение задачи имеет вид

$$\begin{aligned} \theta_{\text{ш}}(\rho, T) &= \frac{\text{Bi}}{\psi(T_0)} \left[-\frac{3/10(1 + 1/7 \text{Bi})}{(1 + 1/5 \text{Bi})^2} + \frac{3}{1 + 1/5 \text{Bi}} \left(T + \frac{\rho^2}{6}\right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\rho} \sum_n A_n(\text{Bi}, 1) e^{-K_n^2 T} \sin K_n \rho \right]; \end{aligned} \quad (10)$$

$$\theta_r(T) = \frac{\psi(T)}{\psi(T_0)}; \quad (11)$$

$$\psi(T) = \frac{1 + \frac{2}{5}Bi + \frac{2}{25}Bi^2}{(1 + \frac{1}{5}Bi)^2} + \frac{3Bi}{1 + \frac{1}{5}Bi} T - 6Bi^2 \sum_n \frac{e^{-K_n^2 T}}{K_n^4 + (5Bi + Bi^2)K_n^2}. \quad (12)$$

При $W \rightarrow \infty$ и $T_0 \rightarrow \infty$ выражение (5) переходит в известную формулу, описывающую нагрев шара при краевых условиях 3-го рода при постоянной температуре среды (2).

При помощи полученных уравнений были вычислены температуры газа, поверхности и центра шаров для $Bi = 4$ и $a\tau_0 / r_0^2 = 1,25$ для

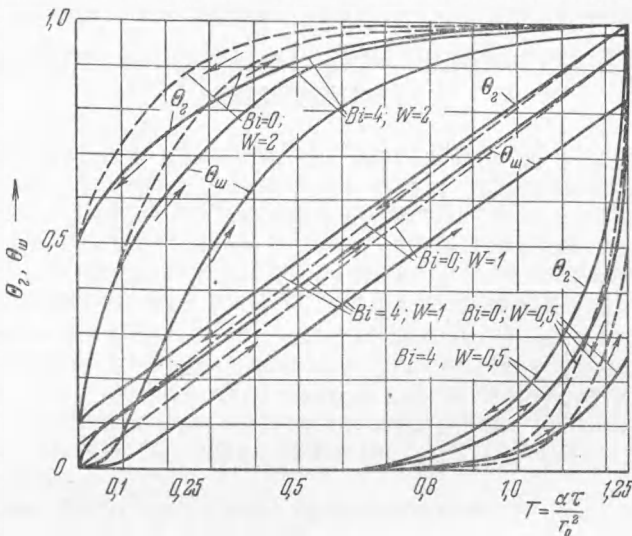


Рис. 2

трех значений $W = 2; 1; 0,5$ (рис. 2). На том же графике для сравнения пунктиром нанесены соответствующие кривые для $Bi = 0$. Ход кривых наглядно показывает тормозящее влияние прогрева куска по толщине на течение процесса. Полученные зависимости позволят с большой точностью выполнять расчеты теплообмена в доменных печах по сравнению с приближенным методом (1).

Центральный научно-исследовательский институт
черной металлургии

Поступило
18 VI 1952

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Б. И. Китаев, Теплообмен в шахтных печах, 1945. ² Г. Гребер и С. Эрк, Основы учения о теплообмене, 1936.