

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Я. Л. НУДЕЛЬМАН и Л. Б. ЭРЛИХ

**ВОЛНООБРАЗОВАНИЯ НА ПОВЕРХНОСТИ НЕКОТОРЫХ ДЕТАЛЕЙ  
МАШИН**

*(Представлено академиком С. Л. Соболевым 12 VI 1952)*

1. В тонком поверхностном слое многих деталей машин в процессе их изготовления или эксплуатации возникают сжимающие напряжения. Разделяя известные случаи возникновения этих сжимающих напряжений по их происхождению, можно наметить следующие группы: а) нагрев поверхностного слоя токами высокой частоты либо в результате интенсивного трения; б) поверхностная химико-термическая обработка, связанная с появлением новых структурных составляющих с большим объемом; в) искусственный наклеп поверхностного слоя некоторых деталей для повышения их прочности либо наклеп рабочих поверхностей под действием рабочих контактных нагрузок. Перечисленные основные группы охватывают значительную часть ответственных деталей современных машин.

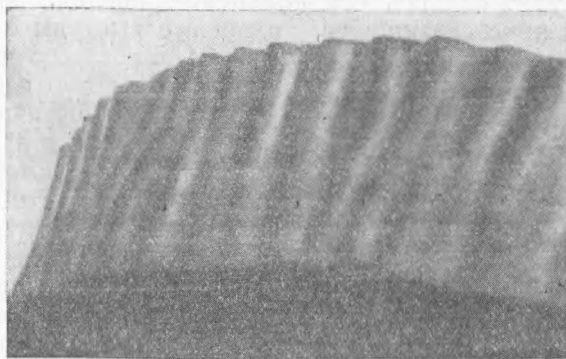


Рис. 1

В настоящей работе установлено, что при определенных условиях упругое или упруго-пластическое состояние равновесия сжатого поверхностного слоя становится неустойчивым, в результате чего на поверхности детали появляются правильные волнообразования. Это явление имеет место в реальных деталях с размерами одного порядка, чем оно отличается от обычных хорошо изученных случаев потери устойчивости деталей, один или два размера которых больше остальных.

2. Существование явления волнообразования в поверхностных слоях некоторых деталей машин доказывается следующими экспериментами.

1) Приклеим к наружной цилиндрической поверхности сильно растянутого резинового кольца полоску резины. После высыхания клея и проверки прочности скрепления освободим кольцо от внутреннего давления. На поверхности резиновой полоски, ранее гладкой, появится правильное волнообразование (рис. 1).

2) Подвергнем поверхность цилиндра из ферромагнитного материала быстрому индукционному нагреву. Вскоре после включения генератора нагреваемая поверхность цилиндра начнет светиться темно-красным цветом. В этот момент на темно-красном фоне образуются ярко светящиеся кольца, расположенные одно от другого на определенном расстоянии, пропорциональном толщине нагреваемого слоя. Это явление «полосатого нагрева» (рис. 2), впервые описанное Г. И. Бабатом и М. Г. Лозинским<sup>(1)</sup>, до сих пор не имело объяснения.

В свете наших исследований явление полосатого нагрева объясняется следующим образом. В процессе нагрева боковой поверхности цилиндра в последней возникают значительные напряжения сжатия.

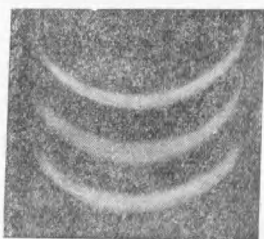


Рис. 2

При определенных условиях боковая поверхность цилиндра теряет устойчивость и становится гофрированной. Вместе с потерей устойчивости боковой поверхности происходит перераспределение напряжений. Во впадинах гофра напряжения возрастают, а на вершинах уменьшаются. Под влиянием магнитоупругого эффекта изменение напряженного состояния приводит к изменению магнитных свойств поверхностного слоя вдоль цилиндра. Настил тока и мощность нагревания в кольцах, ограничиваемых вершинами гофра, будут больше,

нежели в кольцах, ограничиваемых впадинами. Температура выступов будет больше, чем кольцевых впадин. Эти, быстрее нагревающиеся и ярче светящиеся, кольцевые выступы с внешней стороны проявляются в форме своеобразного полосатого нагрева. Таким образом, полосатый нагрев является внешним, легко наблюдаемым признаком появления волнообразования на поверхности нагреваемого цилиндра.

3) При многократной поверхностной закалке стальных цилиндров ( $l > d$ ), в результате появления напряжений сжатия от совместного воздействия тепловых влияний и структурных превращений, на поверхности стержня появляются волны в виде колец, перпендикулярных оси цилиндра<sup>(2)</sup>. При аналогичной закалке диска ( $l \ll d$ ) линии гофра параллельны оси диска (рис. 3). Длина полуволны гофра во втором случае значительно меньше, чем в первом. После достаточного числа циклов на каждом кольце первого гофра легко обнаружить мелкие волнообразования второго рода.

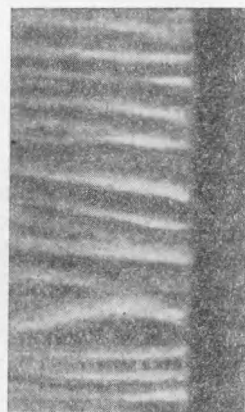


Рис. 3

Изложенные эксперименты разнятся материалом деталей, их формой и способом создания сжимающих напряжений, но все они подтверждают, что при определенной для каждого случая величине сжимающих напряжений поверхностный слой теряет устойчивость.

3. Для всестороннего теоретического исследования потери устойчивости тела произвольной формы со сжатым поверхностным слоем следует воспользоваться аппаратом нелинейной теории упругости<sup>(3)</sup>. Учитывая небольшую толщину сжатого слоя по сравнению с линейными размерами тела, можно охватить широкий класс практических задач, ограничиваясь рассмотрением одной из следующих схем: бесконечный сжатый стержень, скрепленный с упругой полуплоскостью; сжатая пластина, скрепленная с полупространством; сжатая оболочка, скрепленная со сплошной сердцевинной тела. При этом для тонкого

поверхностного слоя достаточно воспользоваться уравнениями прикладной, а для сердцевины — классической теории упругости.

В настоящей статье мы ограничиваемся исследованием продольного изгиба стержня, скрепленного с полуплоскостью и теряющего устойчивость в плоскости пластины, т. е. первой схемой. Рассмотрим бесконечный горизонтальный стержень прямоугольного сечения с высотой  $h$  и шириной, равной единице, который сжат постоянной по длине силой  $P$ . Скрепим этот стержень по всей длине с кромкой вертикальной пластины, толщина которой также равна единице. В первом приближении будем считать, что связи, соединяющие стержень с полуплоскостью, не препятствуя продольным перемещениям сечений стержня, уравнивают его прогибы  $y$  вертикальным перемещениям  $v_0$  точек верхней кромки полуплоскости, т. е.  $y(x) = v_0(x)$ . При некоторой критической величине сжимающих сил стержень потеряет устойчивость в плоскости пластины, при этом на стержень со стороны пластины будут действовать реактивные силы, перпендикулярные оси стержня. Если предположить, что стержень теряет устойчивость по синусоиде

$$y(x) = A \sin \alpha x, \quad (1)$$

что вполне законно при большой жесткости полуплоскости, то интенсивность реактивных сил  $r(x)$  будет определяться по формуле

$$r(x) = -\frac{E\alpha}{2} A \sin \alpha x = -\frac{E\alpha}{2} y(x), \quad (2)$$

где  $E$  — модуль продольной упругости материала полуплоскости,  $\alpha$  — неизвестное пока число полуволи на участке длиной  $\pi$ . Для обоснования формулы (2) следует вычислить перемещения полуплоскости, нагруженной вдоль кромки нормальными силами  $r(x) = \sigma \sin \alpha x$ . Функция напряжения для этой задачи имеет вид

$$\varphi = \frac{\sigma}{\alpha^2} (1 + \alpha y) (\operatorname{ch} \alpha y - \operatorname{sh} \alpha y) \sin \alpha x.$$

Из формулы (2) следует, что интенсивность реактивных сил пропорциональна прогибам стержня, т. е. задача о продольном изгибе стержня, скрепленного с полуплоскостью, сводится к задаче о продольном изгибе стержня, лежащего в упругой среде с коэффициентом жесткости  $k = 0,5 E\alpha$ , зависящим не только от упругих свойств среды ( $E$ ), но и от формы потери устойчивости ( $\alpha$ ). Дифференциальное уравнение продольного изгиба стержня имеет вид

$$E_c \frac{h^3}{12} y^{IV} + P y'' - r = 0, \quad (3)$$

где  $E_c$  — модуль продольной упругости материала стержня.

Вставляя в (3) вместо  $y$  его значение из (1), после элементарных преобразований получим

$$P = E_c \frac{h^3}{12} \alpha^2 + \frac{E}{2\alpha}. \quad (4)$$

Критическая сила равна минимуму выражения (4), который достигается при  $\alpha = \sqrt[3]{\frac{3E}{h^3 E_c}}$ , откуда длина  $\lambda$  полуволи стержня будет равна

$$\lambda = \frac{\pi}{\alpha} = \frac{\pi \sqrt[3]{9}}{3} h \sqrt{\frac{E_c}{E}} \approx 2,1 h \sqrt{\frac{E_c}{E}},$$

а критическое напряжение

$$\sigma_{кр} = \frac{P_{кр}}{h} = \frac{\sqrt[3]{9}}{4} E \sqrt[3]{\frac{E_c}{E}} \approx 0,562 E \sqrt[3]{\frac{E_c}{E}}.$$

Учет связей, препятствующих продольным смещениям, не меняя картины явления, приводит к некоторому увеличению  $\sigma_{кр}$  и уменьшению  $\lambda$ . Решение задачи при помощи уравнений нелинейной теории упругости (для сжатой кромки) позволяет дополнительно обнаружить периодическое изменение толщины кромки.

4. В эксперименте с резиновым кольцом действительные величины  $\lambda$  и  $\sigma_{кр}$  удовлетворительно совпадают с теоретическими значениями. В стальных деталях волнообразование может предшествовать разрушению поверхностного слоя только при  $E_c \ll E$ . Модуль  $E_c$  будет значительно меньше  $E$  при переходе сжатого слоя в пластическую зону либо при его нагреве. Особенно благоприятные условия для появления гофра создаются при одновременном наложении обоих факторов.

Описанное явление потери устойчивости в виде волнообразований на поверхности реальных деталей редко удается наблюдать в чистом виде. Оно проявляется чаще всего в виде специфических разрушений поверхностного слоя.

Поступило  
29 V 1951

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Г. И. Бабат и М. Г. Лозинский, Поверхностное упрочнение стали обработкой гоками высокой частоты, М., 1940. <sup>2</sup> М. Г. Лозинский, Поверхностная закалка и индукционный нагрев стали, М., 1949, стр. 84. <sup>3</sup> В. В. Новожилов, Основы нелинейной теории упругости, гл. V, 1948.