Доклады Академии Наук СССР
1952. Том LXXXV, № 1

ФИЗИКА

Б. БОЛОТОВСКИЙ и А. КОЛОМЕНСКИЙ

К ВОПРОСУ О ПОТЕРЯХ ЭНЕРГИИ РАВНОМЕРНО ДВИЖУЩИМСЯ ЗАРЯДОМ

(Представлено академиком Д. В. Скобельцыным 30 IV 1952)

Известно, что влияние атомов среды уменьшает энергетические потери движущегося в ней заряда. Это происходит благодаря экранированию поля заряда, возникающему вследствие поляризации.

Расчет потерь с учетом влияния среды удобно производить в рамках макроскопической электродинамики, характеризуя поляризационные свойства среды диэлектрической постоянной ε. Такие расчеты были впервые произведены И. Таммом и И. Франком ([1]), а также И. Таммом ([2]) при рассмотрении потерь энергии на черенковское излучение.

Позднее Ферми ([3]), пользуясь развитым в ([1], [2]) методом, определил полные потери энергии частицей, т. е. сумму потерь на ионизацию («далекие соударения», см. ([4], [6])) и на черенковское излучение.

Распространено мнение ([4], [5]), что принципиальное отличие расчетов ([3]) от ([1], [2]) заключается в учете поглощающих свойств среды (комплексная диэлектрическая постоянная). Отсюда делался вывод, что в случае прозрачной среды вычисления по схеме ([1], [2]) не позволяют однозначным образом определить помимо черенковских потерь также потери на возбуждение и ионизацию.

В обоснование этого мнения в ([4]) приводится пример незатухающего вибратора. Утверждается, что без затухания (хотя бы бесконечно малого) амплитуда его в резонансной области становится бесконечной, а поглощение равным нулю.

Такая постановка вопроса не может не вызвать возражений с физической точки зрения. На самом деле амплитуда вибратора в резонансе растет со временем линейно и в любой момент времени конечна. Соответственно происходит и поглощение энергии вибратором, причем величина этого поглощения в резонансе не равна нулю, как считается в ([4]), а максимальна.

Ниже мы покажем, что можно получить однозначное выражение для полных потерь энергии частицей, движущейся в прозрачной среде, не прибегая к введению затухания.

Положим, как обычно, что электроны среды упруго связаны с собственной частотой ω_s. В этом случае вектор поляризации $\mathbf{P}$ следующим образом определяется через вектора $\mathbf{D}$ и $\mathbf{E}$ ($\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}$):

$$\ddot{\mathbf{P}} + \omega_s^2 \mathbf{P} = \frac{Ne^2}{m} \mathbf{E}(t), \tag{1}$$

$$\ddot{\mathbf{P}} + \omega_p^2 \mathbf{P} = \frac{Ne^2}{m} \mathbf{D}(t), \tag{2}$$

где

$$\omega_p^2 + \omega_s^2 + \omega_0^2, \quad \omega_0^2 = \frac{4\pi Ne^2}{m}, \tag{3}$$

N — число электронов в единице объема; m — масса электрона. Как видно, в этих исходных уравнениях мы не учитываем затухания.

Для однозначного определения решений (1) и (2) необходимо задать начальные условия. Поскольку нас интересуют решения (1), (2) в применении к установившемуся движению заряда, зададим начальные условия при $t = -\infty$. Положим

$$\mathbf{P} = 0, \quad \dot{\mathbf{P}} = 0 \quad \text{при } t = -\infty. \tag{4}$$

Как известно, решение уравнений типа (1), (2) с начальными условиями (4) имеет вид

$$\mathbf{P} = \frac{Ne^2}{m\omega_s} \int_{-\infty}^{t} \mathbf{E}(\xi) \sin \omega_s (t - \xi)\, d\xi. \tag{5}$$

Отсюда получаем соотношения между фурье-компонентами $\mathbf{P}$ и $\mathbf{D}$, $\mathbf{E}$, из которых следует

$$\mathbf{E}(\omega) = \mathbf{D}(\omega) \left[\frac{1}{\varepsilon(\omega)} + i\pi \frac{\omega}{|\omega|} \delta\{\varepsilon(\omega)\} \right], \tag{6}$$

где ε — диэлектрическая постоянная прозрачной среды:

$$\varepsilon = \frac{\omega_p^2 - \omega^2}{\omega_s^2 - \omega^2} = 1 + \frac{\omega_0^2}{\omega_s^2 - \omega^2}. \tag{7}$$

Заметим, что при наличии затухания (комплексное ε) можно не учитывать члена с δ-функцией в (6), так как интегралы, выражающие потери энергии зарядом, берутся для действительных значений ω. Физически это означает, что при наличии затухания начальные условия при $t = -\infty$ не играют никакой роли.

Из (6), в частности, следует, что

$$\mathbf{D}(\omega) = \varepsilon(\omega)\, \mathbf{E}(\omega). \tag{8}$$

Однако решение этого уравнения простым делением на $\varepsilon(\omega)$, как это делается, например, в [2, 5], вообще говоря, незаконно. Равенство (8) носит операторный характер, так что при делении на ε возникает неоднозначность, устраняемая начальными условиями.

Из сказанного следует, что можно получить выражение для полных потерь энергии зарядом из формул работы [2], если заменить в этих формулах $\frac{1}{\varepsilon}$ на $\frac{1}{\varepsilon} + i\pi \frac{\omega}{|\omega|} \delta(\varepsilon)$. В этом случае формула (3,3) работы [2], дающая величину потерь энергии зарядом на единицу длины, примет вид:

$$\frac{dW}{dl} = \frac{i\pi e^2 p}{4c^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{\varepsilon\beta^2} + \frac{i\pi}{\beta^2} \frac{\omega}{|\omega|} \delta(\varepsilon) - 1 \right) a(\omega) \frac{\partial a(-\omega)}{\partial p}\, \omega\, d\omega, \tag{9}$$

где приняты обозначения работы [2]. Выполняя интегрирование, находим выражение:

$$\frac{dW}{dl} = \frac{e^2 \omega_0^2}{v^2} \frac{\omega_p p}{v} K_0\left(\frac{\omega_p p}{v}\right) K_1\left(\frac{\omega_p p}{v}\right) + \frac{e^2}{c^2} \int_{\varepsilon\beta^2 > 1} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon\beta^2}\right) \omega\, d\omega, \tag{10}$$

в точности совпадающее с результатами, полученными в работе Ферми ([3]).

Таким образом, при расчете полных потерь энергии зарядом в прозрачной среде нет необходимости вводить поглощение, устремляя его в конечном выражении к нулю.

Из проведенного расчета следует, что потери на возбуждение и ионизацию («далекие соударения») имеют место при частотах, для которых $\varepsilon(\omega) = 0$. Если последнее равенство нигде не выполняется (например, в среде без дисперсии), то частица либо теряет энергию только на черенковское излучение (если существует спектральная область $\varepsilon(\omega)\beta^2 > 1$), либо совсем не испытывает потерь на далекие соударения. Отметим, что сказанное относится к среде, состоящей из осцилляторов с единственной собственной частотой ω_s (см. (7)).

Выражаем благодарность чл.-корр. АН СССР В. И. Векслеру за интерес, проявленный к этой работе, и дискуссию результатов.

Поступило
26 IV 1952

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] И. Тамм и И. Франк, ДАН, **14**, 107 (1937). [2] И. Тамм, J. Phys., **1**, 439 (1939). [3] E. Fermi, Phys. Rev., **57**, 485 (1940). [4] П. Кунин, ст. в сборн. Мезон, под ред. И. Е. Тамма, М. — Л., 1947, стр. 114. [5] Д. Иваненко и А. Соколов, Классическая теория поля, М. — Л., 1949. [6] Н. Бор, Прохождение атомных частиц через вещество, М., 1950.