Доклады Академии Наук СССР
1952. Том LXXXIV, № 4

ФИЗИКА

Д. ИВАНЕНКО и А. БРОДСКИЙ

КРАТНЫЕ ПРОЦЕССЫ И НЕЛИНЕЙНОСТЬ В ТЕОРИИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

(Представлено академиком Д. В. Скобельцыным 26 IV 1952)

По всей видимости, порождение нескольких мезонов в едином акте при столкновении двух нуклеонов представляет собой новый фундаментальный эффект, который, согласно нашей гипотезе ([1]), следует трактовать не как процесс высшего приближения теории возмущений, но как процесс первого порядка, обязанный нелинейной энергии взаимодействия нуклеонов с мезонным полем вида:

$$U = g_1\Phi + \ldots + g_n\Phi^n + \ldots, \tag{1}$$

где для простоты мезонное поле предполагается скалярным и нейтральным. Если считать связь вида (1) не просто феноменологической закономерностью с независимыми константами g_n, подбираемыми на основе опыта, а новым типом связи, то (1) следует, очевидно, рассматривать как разложение какого-то, возможно представимого в замкнутом виде, выражения, как например,

$$U = \frac{g_1\Phi}{1 \pm a\Phi} \quad \text{или} \quad U = \frac{g_1\Phi}{1 \pm a^2\Phi^2} \quad \text{или} \quad U = g_1\Phi e^{-a^2\Phi^2} \quad \text{и т. п.} \tag{2}$$

Основываясь на выражениях (1) и (2), можно вычислить как вероятность кратного порождения нескольких мезонов, так и вид энергии взаимодействия, обязанной переносу сил несколькими частицами. Аналогичная гипотеза была высказана относительно двойного β-распада ([2]), который предполагается идущим без участия нейтрино и обязанным связи нуклеонов с двухэлектронным полем вида

$$U = g_{ee}\tilde{\psi}A\psi + \text{c. c.} \tag{3}$$

До сих пор сами уравнения мезонного поля и дираковские уравнения для электрона оставались линейными, однако аргументы, связанные с возможностью взаимного превращения частиц, указывают на то, что уравнения всех полей должны быть нелинейными. Ввиду известной громоздкости подсчета нелинейных эффектов (типа рассеяния света на свете через другие частицы), позволяющего определить нелинейные добавки к лагранжианам, нелинейные обобщения приходится сейчас производить на основе более формальных, хотя и общих соображений инвариантности. Таким образом, например, в случае скалярного поля полный лагранжиан будет являться функцией двух инвариантов поля: $I_1 = \frac{1}{2}\frac{\partial\Phi}{\partial x^\alpha}\frac{\partial\Phi}{\partial x^\alpha}$ и $I_2 = \frac{\Phi^2}{2}$ при обычном ограничении низшими производными. Так как в предельном случае слабого поля мы должны получить обычный лагранжиан

$$L = -c^2 (I_1 + k_0^2 I_2), \tag{4}$$

то простейший нелинейный добавок будет, очевидно, иметь вид

$$L_{\text{нл}} = c^2 \lambda \frac{\Phi^4}{4} = c^2 \lambda I_2^2, \tag{5}$$

что приведет к появлению в уравнении скалярного поля добавочного слагаемого $\lambda\Phi^3$. Нетрудно видеть, что член аналогичного вида будет добавляться при нелинейном обобщении всех уравнений, которым сопоставляются частицы с неравной нулю массой покоя. В частности, подобный член возникает при нелинейном обобщении уравнения Дирака ([3]). Если отвлечься от членов с производными, то нелинейные члены нашего типа ψ^3 в уравнении Дирака можно получить, как это следует из несложных рассуждений, исходя в основном из добавки к лагранжиану с 7 коэффициентами λ_i (часть которых может, конечно, равняться нулю):

$$\begin{aligned} L_{\text{нл}}^{D} = mc^2 l^3 [&\lambda_1 (\tilde{\psi}^* (x)\, i\gamma_4 \psi (x))^2 + \lambda_2 (\tilde{\psi}^* (x)\, i\gamma_4\gamma_\alpha \psi (x))^2 + \\ &+ \lambda_3 (\tilde{\psi}^* (x)\, i\gamma_4\gamma_{\alpha\beta} \psi (x))^2 + \lambda_4 (\tilde{\psi}^* (x)\, i\gamma_4\gamma_{\alpha\beta\gamma} \psi (x))^2 + \\ &+ \lambda_5 (\tilde{\psi}^* (x)\, i\gamma_4\gamma_{\alpha\beta\gamma\delta} \psi (x))^2 + \lambda_6 (\tilde{\psi} (x)\, i\gamma_2\gamma_4\gamma_\alpha \psi (x)) (\tilde{\psi}^* (x)\, i\gamma_\alpha\gamma_2\gamma_4 \psi^* (x)) + \\ &+ \lambda_7 (\tilde{\psi} (x)\, i\gamma_2\gamma_4\gamma_{\alpha\beta} \psi (x)) (\tilde{\psi}^* (x)\, i\gamma_{\alpha\beta}\gamma_2\gamma_4 \psi^* (x)) + \text{c. c.}]; \end{aligned} \tag{6}$$

l^3 — постоянная размерности куба длины, $\gamma_{\alpha\beta\ldots\gamma} = \frac{1}{p!} \sum_{[\alpha\beta\ldots\gamma]} \pm \gamma_\alpha \gamma_\beta \cdots \gamma_\gamma$. Аналогичным способом можно получить нелинейные добавки, содержащие производные.

До сих пор нелинейные обобщения производились нами в рамках классической теории поля (электродинамики, мезодинамики, классической теории дираковского поля и т. д.). Наряду с подобными формальными способами нелинейных обобщений следует указать другой близкий путь, позволяющий дать более непосредственную физическую интерпретацию влиянию нелинейности. Речь идет об установлении так называемых феноменологических уравнений полей в средах при помощи обобщенных «диэлектрических постоянных». Имея подобные уравнения, мы можем, в частности, отвлечься от влияния какой-либо реальной среды, оставив, однако, ε в качестве функций от инвариантов поля. Тем самым мы приходим к искомым нелинейным обобщениям уравнений поля, по всей видимости, по крайней мере в некоторой степени, учитывая при этом влияние вакуума ([4]). Аналогичное положение вещей может быть проанализировано на вспомогательной модели нелинейной электродинамики Борна. Например, в случае скалярного поля, оставляя без изменений первую группу уравнений (определение напряженностей поля через потенциалы):

$$\chi_\alpha = \frac{\partial \Phi}{\partial x_\alpha}, \tag{7}$$

мы заменяем вторую группу, ведущую вместе с (7) к уравнению Клейна $\left\{\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - k_0^2\right)\Phi = 0\right\}$, на уравнения

$$\frac{\partial \overline{\chi}_\alpha}{\partial x_\alpha} = k_0^2 \overline{\Phi}, \quad \text{где } \overline{\chi}_\alpha = \varepsilon_1 \chi_\alpha, \quad \overline{\Phi} = \varepsilon_2 \Phi \tag{8}$$

и ε_1 и ε_2 являются двумя инвариантными квази-диэлектрическими «постоянными». Указанные уравнения можно обобщить также на случай, когда ε_1, ε_2 имеют тензорный характер. Таким образом, скалярное уравнение в среде приобретает при наличии источников вид

$$\frac{\partial}{\partial x^\alpha}\varepsilon_1\frac{\partial\Phi}{\partial x^\alpha}-k_0^2\varepsilon_2\Phi=-4\pi g\,\rho. \tag{9}$$

Согласно приведенным выше рассуждениям, мы получим нелинейное обобщение скалярного уравнения, записывая ε_1 и ε_2 в виде функций обоих инвариантов поля. В частности, полагая $\varepsilon_1=1$, а

$$\varepsilon_2=1+\frac{\lambda}{k_0^2}\Phi^2, \tag{10}$$

мы вновь придем к простейшему нелинейному обобщению скалярного уравнения, указанному выше. Обобщая известное решение для электростатического потенциала в среде ($\varphi=e/\varepsilon r$), мы получим в случае постоянных ε_1 и ε_2, характеризующих среду или в указанном выше смысле нелинейность, вместо обычной формулы Юкавы выражение

$$\Phi=\frac{ge^{-k_0\sqrt{\varepsilon_2}\,r}}{\varepsilon_1 r}\approx\frac{g}{r}\left(1-\frac{\text{const}}{r^2}\right)\quad\text{при}\quad r\to 0 \tag{11}$$

в качестве характерного потенциала взаимодействия. Нетрудно обобщить аналогичным образом уравнения спинорного поля. В последнем случае ε вводится таким образом, чтобы в соответственном квадрированном уравнении либо в соответственном максвелловском уравнении, получающемся в результате «слияния», мы имели обычную феноменологическую теорию для сред.

До сих пор мы рассматривали независимо нелинейные уравнения поля и нелинейные выражения энергии взаимодействия частиц с полем, считавшимся линейным. В действительности обе трактовки оказываются по существу эквивалентными. Положение вещей можно пояснить наглядно на примере нелинейной электродинамики, беря для удобства борновский вариант. Потенциал борновской нелинейной теории электромагнитного поля $\varphi=\frac{e}{r_0}\int\limits_{r/r_0}^{\infty}\frac{dx}{\sqrt{1+x^4}}$ [5] можно записать на больших расстояниях в виде ряда

$$\varphi=\frac{e}{r}-\frac{er_0^4}{10\,r^5}+\frac{3e\,r_0^8}{72r^9}-\ldots \tag{12}$$

Отсюда видно, что взаимодействие, осуществляемое нелинейным электростатическим полем, можно также интерпретировать [6] в духе квантовой теории как результат обмена не только единичными фотонами статического поля, что приводит к закону Кулона, но также группами из 3, 5 и т. д. фотонов. Подобная картина взаимодействия соответствует указанной выше трактовке кратных мезонных процессов и может считаться обязанной наличию энергии взаимодействия заряда с полем вида

$$U=e_1\varphi+\ldots+e_n\varphi^n+\ldots \tag{13}$$

Аналогичное положение вещей имеет место в мезодинамике. Отметим здесь то характерное обстоятельство, что, как видно, введение ε или, что то же самое, кратных процессов приводит к ослаблению взаимодействия на близких расстояниях. Важный вопрос об эквивалентности нелинейностей в энергии взаимодействия и в уравнениях свободного поля следует проанализировать с точки зрения не классической, а вторично-квантованной теории поля. Отметим, что основная трудность квантовой теории с нелинейными уравнениями поля, заключающаяся в невозможности записи четырехмерных инвариантных перестановочных соотношений, может быть преодолена за счет использования канонического преобразования, подобранного так, чтобы в результате преобразования нелинейные уравнения поля приняли обычный линейный вид. После этого преобразования уже легко построить четырехмерные перестановочные соотношения, основываясь, как обычно, на функции Грина. Нелинейность же войдет в уравнение движения для вектора (функции) состояния, куда за счет одновременного перехода к представлению взаимодействия удобно также включить члены взаимодействия полей. Уравнение движения для вектора состояния может решаться затем, как обычно, методом последовательных приближений. Подобным образом достигается единообразная трактовка эффектов нелинейности и взаимодействия; при этом связь последних становится особенно наглядной при учете вакуума.

В заключение подчеркнем, что нелинейная теория поля естественным образом приводит нас к выражениям, применяемым в теории слияния частиц де-Бройля (ср. формулу (6)), что говорит об общности обеих теорий. Можно сделать правдоподобное предположение, что именно при эффектах кратного порождения частиц осуществляются наиболее благоприятные условия для их слияния. Тогда, в частности, вместо энергии взаимодействия типа (1) мы получим редуцированные взаимодействия с частицами большей массы

$$g_n \Phi^n \to g_n \Phi', \tag{14}$$

где Φ' будет функцией поля, сопоставляемого частице, возникшей в результате слияния. Повидимому, подобная трактовка поможет установить соотношение между легкими и средними мезонами. Аналогичное предположение можно сделать также относительно возможности слияния электронов и электронов-нейтрино как частиц, порождаемых в едином акте. Тем самым наши соображения указывают на возможность существования новых частиц также и в диапазоне электронных масс с массами, превышающими массу электрона в несколько раз, которые могут быть обнаружены как в космических лучах, так и в процессах β-распада и, особенно, двойного β-распада.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
23 IV 1951

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Д. Иваненко и В. Лебедев, ДАН, **80**, № 3, 357 (1951); ЖЭТФ, **22**, № 2 (1952), см. также опубликованный одновременно вывод L. Shiff, Phys. Rev., **84**, № 1, 10 (1951). [2] Д. Иваненко и Н. Колесников, ДАН, **81**, № 5, 771 (1951). [3] Д. Иваненко, Sow. Phys., **13**, 141 (1938); Д. Иваненко и В. Родичев, ЖЭТФ, **9**, № 5, 526 (1939). [4] В. Григорьев, Диссертация, М., 1951; E. Bagge, Zs. f. Phys., **130**, № 5, 650 (1951). [5] Д. Иваненко и А. Соколов, Классическая теория поля, 2-е изд., М.—Л., 1951, § 32. [6] Д. Иваненко и А. Соколов, Nature, **138**, 584 (1936).