Доклады Академии Наук СССР
1952. Том LXXXIV, № 1

МОРФОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

Член-корреспондент АН СССР А. В. ДУМАНСКИЙ
и действительный член АН УССР А. Ю. ИШЛИНСКИЙ

О ЗАКОНОМЕРНОСТЯХ РАСТРЕСКИВАНИЯ КОРЫ ДЕРЕВЬЕВ

В работах [1, 2] было показано, что при высыхании смоченных дисперсных систем, нанесенных в виде пасты на твердое основание, к которому паста прочно приклеивается, образуются фигуры растрескивания, обладающие в среднем одинаковыми периметрами. Величина их зависит от силы склеивания частиц и эластичности системы; это влияние было показано на примере крахмальной пасты. Величина периметров отдельностей возрастала с количеством клеящего вещества и эластичности, кроме того, размер периметра больше при высыхании более толстых слоев крахмальной пасты.

Аналогичное равномерное растрескивание получалось при изгибании упругой стальной пластинки с нанесенной пастой или при растягивании резиновой трубки с наклеенной бумагой. Такое явление наблюдается при высыхании красок, почв, при изгибе железобетонных конструкций и вообще при изменениях размеров систем, состоящих из сочетаний материалов различной эластичности и прочности.

Такое явление растрескивания надо ожидать и у слоя вещества, нанесенного на расширяющийся цилиндр. Слой покрывается продольными трещинами, находящимися друг от друга в среднем на одинаковых расстояниях.

При росте ствола дерева в толщину с наружными уже отмершими слоями коры, так называемой коркой, происходит такое же явление растрескивания: корка продольными трещинами распадается на длинные отдельности, в среднем имеющие одинаковую ширину.

Мы создали подобие образования структуры корки дерева при его росте. Для этого на широкую резиновую трубку (велосипедная камера) была наклеена тонкая бумага, которая при раздувании трубки воздухом растрескивалась, создавая картину, напоминающую сосновую кору (рис. 1). При растрескивании нанесенного слоя мела также получились трещины, находящиеся на одинаковых расстояниях, но границы были резкие, так как слой мела не был волокнистого строения (рис. 2).

Нами были проведены измерения отдельностей от середины до середины соседних трещин корки лип, дубов, кленов, сосен, серебристых тополей, ясеня. Определения проводились на высоте 120—117 см, деревья брались вполне взрослые со стволами диаметром от 97 до 50 см. Оказалось, что правило равновеликих отдельностей у корки при росте дерева присуще не только единичному экземпляру, но и всем экземплярам одного вида при одинаковых условиях произрастания. Возраст влияет на ширину отдельностей: расстояние между трещинами увеличивается с увеличением возраста дерева. У деревьев со стволами одинаковой толщины ширина отдельностей зависит от породы дерева.

По возрастанию этой ширины породы деревьев располагаются в следующий ряд:

Клен $<$	липа $<$	ясень $<$	дуб $<$	тополь серебристый $<$	сосна
2,4	4,8	4,9	5,4	6,8	7,8 см

Можно предположить, что и эластичность тканей корки распределится в этом же порядке.

Осветим механику образования кусков определенной длины на простом примере растяжения упругой полосы с приклеенным к ней хрупким слоем из материала типа глины.

На рис. 3 изображена схема эксперимента. Полоса *а* растягивается в направлении оси x. К полосе приклеен испытуемый кусок *б* длиной l и высотой h. Примем, что слой клея *в* играет роль упругого связующего элемента. Фактически эту роль берут на себя нижние элементы куска *б*.

Рис. 1. Растрескивание наклеенной смоченной бумаги на резиновой трубке при ее расширении

Рис. 2. Растрескивание нанесенного слоя мела на резиновой трубке при ее расширении

Можно пренебречь действием приклеенного куска на деформацию полосы и считать, что перемещение ее точек при неподвижном начале координат направлено по оси x и представляется формулой:

$$u_0 = \varepsilon x. \qquad (1')$$

Обозначим через $u(x)$ перемещение какого-либо сечения куска, находящегося на расстоянии x от начала координат. На элемент куска длиной dx в направлении оси x будет действовать касательное напряжение

$$\tau = k(u_0 - u), \qquad (1)$$

где k — коэффициент пропорциональности, характеризующий упругие свойства связующего слоя. По площадке элемента шириной dx в направлении, перпендикулярном к плоскости (рис. 3), и высотой h действует растягивающее усилие

$$T = Ebh\frac{du}{dx}. \qquad (2)$$

Тогда дифференциальное уравнение равновесия элемента при обычных в сопротивлении материалов обозначениях можно записать

$$\frac{d^2u}{dx^2} - m^2u = -m^2\varepsilon x, \tag{3}$$

где

$$m^2 = \frac{k}{Eh}. \tag{3'}$$

Интеграл дифференциального уравнения (3) при граничных условиях

$$x = 0, \quad u = 0; \quad x = \frac{l}{2}, \quad T = 0 \tag{4}$$

имеет вид

$$u = \varepsilon\left[x - \frac{\operatorname{sh} mx}{m \operatorname{ch}\frac{ml}{2}}\right], \tag{5}$$

причем, используя (2), видим, что максимальное усилие имеет место в центре куска:

$$T_{\max} = Ebh\varepsilon\left[1 - \frac{1}{\operatorname{ch}\frac{ml}{2}}\right]. \tag{6}$$

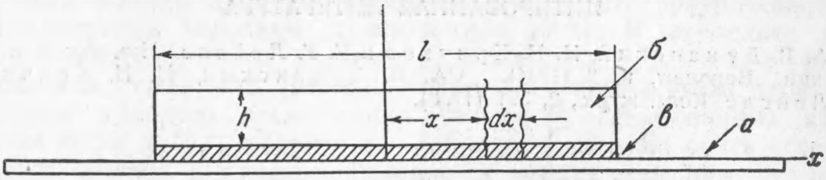

Рис. 3. Схема эксперимента

Можно принять, что кусок разрывается, если $T / bh = \sigma$ достигает известного, характерного для данного материала предела σ_s. Тогда, согласно (6), условием распадения куска на два является соблюдение неравенства

$$\sigma_{\max} = E\varepsilon\left[1 - \frac{1}{\operatorname{ch}\frac{ml}{2}}\right] > \sigma_s, \tag{7}$$

при $l \to \infty$ $\sigma_{\max} = E\varepsilon$ и из (5) и (1') имеем

$$u = \varepsilon x = u_0. \tag{8}$$

Касательное напряжение τ в этом случае отсутствует.

Разрушение куска наступит при

$$E\varepsilon > \sigma_s. \tag{9}$$

По мере уменьшения l $\sigma_{\max}$ убывает и при $l \to 0$ обращается, по (7), в нуль.

Таким образом, куски достаточно малой длины при данном фиксированном удлинении упругой полосы рваться не должны.

Предельную длину $l_{кр}$, при которой кусок уже будет рваться на две части, получим, заменив неравенство (7) равенством

$$E\varepsilon\left[1 - \frac{1}{\operatorname{ch}\frac{ml_{кр}}{2}}\right] = \sigma_s. \tag{10}$$

Из формулы (10) следует, что при большом растяжении полосы кусок должен распадаться на мелкие части. Число этих частей во всяком случае не меньше отношения

$$N = \frac{l}{l_{\text{кр}}}, \tag{11}$$

где l — первоначальная длина приклеенного куска. Нетрудно видеть, что число частей не может быть больше $2N$.

Таким образом, число кусков n удовлетворяет неравенству

$$\frac{l}{l_{\text{кр}}} \leqslant n \leqslant 2\frac{l}{l_{\text{кр}}}. \tag{12}$$

Заметим, что, согласно (3′),

$$m = \sqrt{\frac{k}{Eh}} \tag{13}$$

и, следовательно, $l_{\text{кр}}$ тем меньше при одной и той же деформации полосы, чем меньше толщина приклеенного слоя h, и обратно.

Поступило
28 I 1952

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. В. Думанский, Н. Н. Крячков и Е. Г. Лейсле, Изв. Гос. н.-и. ин-та колл. хим., Воронеж, в. 2 (1934). [2] А. В. Думанский, Н. Н. Крячков и Е. Г. Лейсле, Колл. журн., 2, 391 (1938).