Доклады Академии Наук СССР
1952. Том LXXXV, № 2

ФИЗИКА

Н. С. ФАСТОВ

ВЛИЯНИЕ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ НА ДИФФУЗИЮ

(Представлено академиком И. П. Бардиным 12 IV 1952)

Из опыта известно, что на процессы диффузии в твердых телах существенно влияют напряжения. Последние могут возникнуть как благодаря внешне приложенным к телу силам, так и благодаря тому, что постоянная решетки твердого раствора зависит от концентрации. Влияние напряжений на диффузию учитывалось только при условии, когда деформации остаются упругими [1,2].

Рассмотрим влияние пластической деформации на диффузию. Тело деформируется пластически, если интенсивность скалывающих напряжений S превосходит предел текучести на растяжение σ_s. Кроме того, S во время пластического деформирования может только возрастать или оставаться постоянной (случай нагрузки) [3].

$$S = \sqrt{3/2}\sqrt{\sigma_{ik}^2 - 1/3\,\sigma_{ll}^2} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_{xx}-\sigma_{yy})^2 + (\sigma_{xx}-\sigma_{zz})^2 + (\sigma_{yy}-\sigma_{zz})^2 + 6\sigma_{xy}^2 + 6\sigma_{xz}^2 + 6\sigma_{yz}^2},$$

где σ_{ik} — тензор напряжений, $\sigma_{ll} = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}$.

При $S > S_0 = \sigma_s$ деформации пластические, при $S < S_0 = \sigma_s$ — упругие (рис. 1) [3]. Интенсивность скалывающих напряжений в области упругих деформаций имеет вид [4]

$$S = 3\mu\Gamma, \tag{1}$$

а в области пластических деформаций с линейным упрочнением (рис. 1)

$$S = \sigma_s\frac{\mu-\beta}{\mu} + 3\beta\Gamma, \tag{2}$$

где μ — модуль сдвига; β — коэффициент упрочнения; Γ — интенсивность деформаций сдвига, определяемая соотношением:

$$\Gamma = \sqrt{2/3}\sqrt{\varepsilon_{ik}^2 - 1/3\,\varepsilon_{ll}^2} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{(\varepsilon_{xx}-\varepsilon_{yy})^2 + (\varepsilon_{xx}-\varepsilon_{zz})^2 + (\varepsilon_{yy}-\varepsilon_{zz})^2 + 6\varepsilon_{xy}^2 + 6\varepsilon_{xz}^2 + 6\varepsilon_{yz}^2};$$

ε_{ik} — тензор деформаций; $\varepsilon_{ll} = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}$.

Свободная энергия пластически деформированного тела $F_{пл}$ с учетом изменения температуры имеет вид ([4])

$$F = F_0(T) - \frac{\sigma_s^2(\mu-\beta)}{6\mu^2} + \sigma_s \frac{\mu-\beta}{\mu}\Gamma + \frac{3}{2}\beta\Gamma^2 + \frac{K}{2}\varepsilon_{ll}^2 - \alpha K(T-T_0)\varepsilon_{ll}, \quad (3)$$

где $F_0(T)$ — свободная энергия недеформированного тела; K — модуль всестороннего сжатия; α — коэффициент теплового расширения; T — температура; T_0 — начальная температура тела; σ_s — предел текучести, являющийся линейной функцией температуры:

$$\sigma_s = \sigma_s^0[1 - \lambda(T - T_0)]. \quad (4)$$

Температурные зависимости остальных материальных постоянных: K, μ, σ_s^0, α, β, λ при этом не должны учитываться.

Найдем свободную энергию единицы объема пластически деформированного твердого раствора при постоянной температуре. Пусть твердый раствор содержит два рода частиц, число частиц первого сорта n, второго N, и пусть концентрация $c = \frac{n}{N+n} \cong \frac{n}{N} \ll 1$. По аналогии с (3) можно написать

$$F_{пл} = F_0(c) - \frac{\sigma_s^2(\mu-\beta)}{6\mu^2} + \sigma_s \frac{\mu-\beta}{\mu}\Gamma + \frac{3}{2}\beta\Gamma^2 + \frac{K}{2}\varepsilon_{ll}^2] - 3\,\omega K(c-c_0)\varepsilon_{ll}, \quad (5)$$

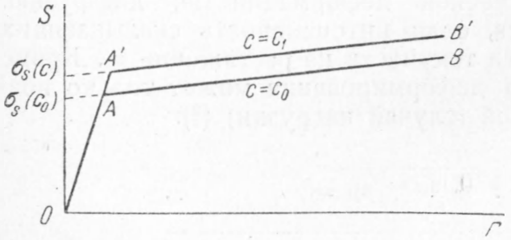

Рис. 1

где ω — постоянная, характеризующая зависимость постоянной решетки от концентрации; c_0 — начальная концентрация, которая принимается постоянной. Материальные постоянные K, μ, β, σ_s, ω являются функциями концентрации. Однако, аналогично (3), зависимость от концентрации должна учитываться только для предела текучести σ_s

$$\sigma_s = \sigma_s^0[1 + \gamma(c - c_0)]. \quad (6)$$

Остальные постоянные, входящие в (5): σ_s^0, K, μ, β, ω, γ должны считаться не зависящими от концентрации.

Связь между S и Γ для данного тела при различных концентрациях показана на рис. 1. Ломаная OAB относится к концентрации $c = c_0$, ломаная $OA'B'$ — к концентрации $c = c_1 > c_0$.

Термодинамический потенциал пластически деформированного сплава $\Phi_{пл}$ будет

$$\Phi_{пл} = F_{пл} - \sigma_{ik}\varepsilon_{ik} = F_{пл} - \frac{\partial F_{пл}}{\partial \varepsilon_{ik}}\varepsilon_{ik} =$$

$$= \Phi_0(c) - \frac{\sigma_s^2}{6}\left(\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\mu}\right) - \frac{S^2}{6\beta} + \frac{\sigma_s}{3}\left(\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\mu}\right)S - \frac{\sigma_{ll}^2}{18K} - \omega(c - c_0)\sigma_{ll}. \quad (7)$$

Ввиду необратимости пластического деформирования под $\Phi_{пл}$ следует понимать величину, которая при переходе из области пластических в область упругих деформаций переходит в термодинамический потенциал упруго-деформированного тела $\Phi_{упр}$ при любых концентрациях и для которой справедливо $\partial\Phi_{пл}/\partial\sigma_{ik} = -\varepsilon_{ik}$.

Тензор напряжений для пластически деформированного тела [4]

$$\sigma_{ik}=\frac{\partial F_{\text{пл}}}{\partial \varepsilon_{ik}}=K\varepsilon_{ll}\delta_{ik}+\left(2\beta+\frac{2}{3}\sigma_s\frac{\mu-\beta}{\mu}\frac{1}{\Gamma}\right)\left(\varepsilon_{ik}-\frac{1}{3}\varepsilon_{ll}\delta_{ik}\right)-3\omega K(c-c_0)\,\delta_{ik}. \quad (8)$$

Химический потенциал диффундирующих частиц φ

$$\varphi=\frac{\partial\Phi_{\text{пл}}}{\partial n}=\varphi_0(c)-\frac{\omega}{N}\sigma_{ll}+\frac{\sigma_s^0\gamma}{3N}\nabla\left(\frac{1}{\beta}-\frac{1}{\mu}\right)(S-\sigma_s). \quad (9)$$

Поток частиц

$$\mathbf{j}=-bn\nabla\varphi=-bn\left[\nabla\varphi_0-\frac{\omega}{N}\nabla\sigma_{ll}+\frac{\sigma_s^0\gamma}{3N}\nabla\left(\frac{1}{\beta}-\frac{1}{\mu}\right)(S-\sigma_s)\right],$$

где b — подвижность.

Уравнение непрерывности

$$\frac{\partial n}{\partial t}=\nabla bn\left[\nabla\varphi_0-\frac{\omega}{N}\nabla\sigma_{ll}+\frac{\sigma_s^0\gamma}{3N}\nabla\left(\frac{1}{\beta}-\frac{1}{\mu}\right)(S-\sigma_s)\right].$$

Для разбавленных растворов $b=\frac{D}{kT}$, $\nabla\varphi_0=\frac{kT}{c}\nabla c$, где D — коэффициент диффузии в отсутствие напряжений.

Обозначая через v атомный объем, через R — газовую постоянную, получим уравнение диффузии в поле пластических деформаций:

$$\frac{\partial c}{\partial t}=D\left[1-\frac{\sigma_s^{02}\gamma^2 vc}{3RT}\left(\frac{1}{\beta}-\frac{1}{\mu}\right)\right]\Delta c-\frac{D}{RT}\omega vc\Delta\sigma_{ll}+\frac{D}{3RT}\sigma_s^0\gamma vc\left(\frac{1}{\beta}-\frac{1}{\mu}\right)\Delta S. \quad (10)$$

К уравнению диффузии (10) следует добавить уравнение (8) и уравнение равновесия [2]

$$\frac{\partial\sigma_{ik}}{\partial x_k}=0, \quad (11)$$

а также соответствующие начальные и граничные условия.

В деформациях уравнение (10) будет

$$\frac{\partial c}{\partial t}=D\left[1-\frac{(\mu-\beta)\,\sigma_s^{02}\gamma^2 v}{3\mu^2 RT}c+\frac{9K\omega^2 v}{RT}c\right]\Delta c-\frac{3DK\omega v}{RT}c\Delta\varepsilon_{ll}+\frac{D(\mu-\beta)}{\mu RT}\sigma_s^0\gamma v\Delta\Gamma. \quad (12)$$

При $\beta\to\mu$ все полученные выражения для пластически деформированного тела переходят в эти же выражения для упруго-деформированного тела. На рис. 1 это соответствует тому, что ломаная OAB переходит в прямую. При $\beta=\mu$ уравнения диффузии (10), (12), а также (8) переходят в уравнения диффузии в упруго-деформированном теле [2]

$$\sigma_{ik}=2\mu\left(\varepsilon_{ik}-{}^1/_3\varepsilon_{ll}\delta_{ik}\right)+K\varepsilon_{ll}\delta_{ik}-3\,\omega K(c-c_0)\,\delta_{ik}; \quad (8')$$

$$\frac{\partial c}{\partial t}=D\Delta c-\frac{D\omega v}{RT}c\Delta\sigma_{ll}; \quad (10')$$

$$\frac{\partial c}{\partial t}=D\left[1+\frac{9K\omega^2 v}{RT}c\right]\Delta c-\frac{3DK\omega v}{RT}c\Delta\varepsilon_{ll}. \quad (12')$$

Полагая в (12) и (8) $\beta=0$, получим уравнение диффузии при отсутствии упрочнения. Уравнения (7), (9) и (10) при $\beta\to 0$ для $S\neq\sigma_s$ теряют смысл. Это связано с тем, что при $\beta=0$, как это видно из (2),

$S = \sigma_s$. Для возможности такого предельного перехода следует от переменной S перейти к переменной Γ.

Из уравнений (10) и (12) следует, что диффузия в пластически-деформированном теле определяется, помимо зависимости объема тела от концентрации, еще и зависимостью предела текучести от концентрации.

Постоянная ω в (12) обычно порядка нескольких десятых и может иметь любой знак. Постоянная γ меняется в более широком интервале и для малых концентраций всегда положительна. Для некоторых случаев, например для диффузии углерода в железе, γ порядка нескольких десятых. В этих случаях, ввиду того, что предел текучести мал по сравнению с упругими модулями $(\sigma_s^0 \simeq 10^{-2}\mu \simeq 10^{-2}K)$, зависимостью предела текучести от концентрации можно пренебречь. Тогда уравнения диффузии примут вид (10′) и (12′). Выражение для напряжений (8) остается прежним с заменой σ_s на σ_s^0.

Имеются, тем не менее, случаи, когда γ значительно превосходит ω. Например, для диффузии Au в Ag для малых концентраций $\gamma \simeq 30$, для диффузии Ag в монокристалле Hg $\gamma \sim 10^6 - 10^8$. Здесь пренебрегать зависимостью предела текучести от концентрации нельзя.

Следует отметить, что уравнения (12) и (8) справедливы только при $S > \sigma_s$ и, кроме того, когда в данной области пространства $dS/dt \geqslant 0$ в течение данного промежутка времени.

Институт металловедения и физики металлов
ЦНИИЧЕРМЕТ

Поступило
12 IV 1952

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] С. Т. Конобеевский, ЖЭТФ, **13**, 200 (1943). [2] Б. Я. Любов и Н. С. Фастов, ДАН, **84**, № 6 (1952). [3] А. А. Ильюшин, Пластичность, ч. 1, М.—Л., 1948. [4] Н. С. Фастов, ДАН, **85**, № 1 (1952).