Доклады Академии Наук СССР
1952. Том LXXXIV, № 3

ГЕОФИЗИКА

А. Г. КОЛЕСНИКОВ

О НАГРЕВАНИИ И ОХЛАЖДЕНИИ ВОДЫ В ОРОСИТЕЛЬНЫХ КАНАЛАХ

(Представлено академиком В. В. Шулейкиным 22 III 1952)

Главные оросительные каналы, подводящие воду к каналам, раздающим ее на поля, могут достигать больших протяженностей. При движении воды в таких каналах температура ее, в результате теплообмена с атмосферой и дном, непрерывно изменяется как по длине, так и с течением времени. Работают каналы только в летнее время, зимой подача воды по ним прекращается и ложе высыхает. Следовательно, весной при подаче воды из водоема или реки в канал будет наблюдаться постепенный нагрев ее по пути до пункта раздачи; осенью будет иметь место обратная картина, т. е. охлаждение воды по длине канала. Кроме того, в каждой точке по длине канала температура воды будет изменяться и с течением времени вследствие годового изменения составляющих теплообмена.

Основные закономерности, характеризующие изменение температуры воды в таких каналах, можно получить, исходя из следующих соображений.

Представим канал, для простоты прямоугольного сечения, глубиной H, по которому подается вода. Скорости течения в подобных каналах обычно достаточно велики, порядка 1 м/сек и больше, в силу чего обеспечивается хорошее перемешивание и выравненный профиль скоростей; последнее обстоятельство позволяет перейти в поставленной задаче к средней по сечению скорости течения. Обозначим ее v_1.

Примем, что по длине канала нет ни фильтрации, ни притока вод из ложа, т. е. $v_1 = \text{const}$. Пусть в истоке, где мы поместим начало координат, расположив его на поверхности воды, задана средняя по сечению температура воды, примем ее за начальную, т. е. $t_н$. Оси координат расположим так, чтобы ось x совпадала с направлением течения, а ось z была направлена вертикально вниз.

Снабдим все величины, относящиеся к атмосфере, индексом 0, к воде — индексом 1 и к грунту — индексом 2. Примем, что в качестве исходных величин нам известен годовой ход основных метеорологических и актинометрических элементов, измеренных на некоторой высоте h от поверхности воды в канале (обычно $h = 2$ м), а именно: годовой ход температуры воздуха t_0, давления водяного пара p_0, скорости ветра v_0, суммарной радиации I_0 и эффективного излучения пиргеометра R_0. Будем считать, что все эти величины остаются неизменными вдоль течения воды в канале.

Примем, что распространение тепла в водном потоке будет осуществляться по горизонтали течением, а по вертикали — турбулентной теплопроводностью; кроме того, имеет место выделение тепла в объеме водных масс, получающееся вследствие трансформации энергии течения. Тогда основное уравнение распространения тепла будет

$$v_1 \frac{\partial t_1}{\partial x} + \frac{\partial t_1}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial z}\left\{k_1(z)\frac{\partial t_1}{\partial z}\right\} + \frac{q}{c_1\rho_1}, \tag{1}$$

где $k_1(z)$ — коэффициент турбулентного обмена; $q = \frac{\rho_1 v_1^3}{427\,C^2 H}$; c_1 и ρ_1 — теплоемкость и плотность воды: C — коэффициент в формуле Шези и τ — время.

При больших скоростях течения поток настолько сильно турбулизирован, что наблюдающиеся отклонения температур в различных точках по глубине канала ничтожно малы, в силу чего мы можем перейти к средним по глубине температурам воды, т. е.

$$v_1 \frac{\partial}{\partial x}\frac{1}{H}\int_0^H t_1 dz + \frac{\partial}{\partial \tau}\frac{1}{H}\int_0^H t_1 dz = \frac{k_1(H)}{H}\left(\frac{\partial t_1}{\partial z}\right)_{z=H} -$$

$$- \frac{k_1(0)}{H}\left(\frac{\partial t_1}{\partial z}\right)_{z=0} + \frac{v_1^3}{427\,c_1 H C^2}. \tag{2}$$

Обозначив $\frac{1}{H}\int_0^H t_1 dz = t$, $\frac{x}{v_1} + \tau = \theta$, будем иметь

$$\frac{\partial t}{\partial \theta} = \frac{k_1(H)}{H}\left(\frac{\partial t_1}{\partial z}\right)_{z=H} - \frac{k_1(0)}{H}\left(\frac{\partial t_1}{\partial z}\right)_{z=0} + \frac{v_1^3}{427\,c_1 H C^2}. \tag{3}$$

Величины $c_1\rho_1 k_1(0)\left(\frac{\partial t_1}{\partial z}\right)_{z=0}$ и $c_1\rho_1 k_1(H)\left(\frac{\partial t_1}{\partial z}\right)_{z=H}$, представляющие, соответственно, потоки тепла на поверхности воды и грунта, можно найти, определив для первого — результирующую теплообмена с атмосферой и для второго — тепловой поток, выходящий из грунта, слагающего дно канала, в воду.

Выразим ход всех метеорологических и актинометрических элементов в функции времени θ, отсчитываемого от начального момента, принятого для истока. Суммируя тогда все составляющие теплообмена с атмосферой, будем иметь

$$- c_1\rho_1 k_1(0)\left(\frac{\partial t_1}{\partial z}\right)_{z=0} =$$

$$= (1-A)\,I_0(\theta) - R(\theta) + c_0\rho_0 k_0(0)\left(\frac{\partial t_0(\theta)}{\partial z}\right)_{z=0} + r\rho_п k_0(0)\left\{\frac{\partial f_0(\theta)}{\partial z}\right\}_{z=0}. \tag{4}$$

Здесь A — альбедо водной поверхности; $R = aR_0 + a\sigma\{T^4 - T_0^4\}$; a — лучеиспускательная способность водной поверхности; σ — коэффициент излучения абсолютно черного тела; $k_0(z)$ — коэффициент турбулентного обмена в приводном слое атмосферы; r — скрытая теплота испарения; $\rho_п$ — плотность водяного пара; $0{,}623\,\frac{p_0}{B} = f_0$ — удельная влажность воздуха и B — барометрическое давление.

Упростим (4). При условии квази-стационарности потоков тепла и водяного пара, которое достаточно хорошо выполняется в приводном слое атмосферы, проинтегрируем в пределах высоты h выражения, их описывающие. Линеаризируя, кроме того, выражение для эффективного излучения водной поверхности и зависимость давления насыщенного водяного пара от температуры, т. е. $p_п = \delta + \gamma t$, найдем

$$- c_1\rho_1 k_1(0)\left(\frac{\partial t_1}{\partial z}\right)_{z=0} = -\alpha_c t(\theta) + M(\theta), \tag{5}$$

где

$$\alpha_c = \alpha_0 + r\beta\gamma, \quad \alpha_0 = \frac{c_0\rho_0}{\int\limits_0^{-h}\frac{dz}{k_0(z)}} + 4a\sigma T_0^3, \quad \beta = \frac{0{,}623}{B}\,\frac{r\rho_n}{\int\limits_0^{-h}\frac{dz}{k_0(z)}},$$

$$M(\theta) = (1-A)\,I_0(\theta) - aR_0(\theta) + \alpha_0 t_0(\theta) + r\beta\{\delta - p_0(\theta)\}.$$

Здесь $M(\theta)$ — функция, учитывающая изменение теплового потока на поверхности воды вследствие изменения во времени основных метеорологических и актинометрических элементов.

Тепловой поток из грунта можно найти по распределению в нем температур, используя для этого решение уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial t_2}{\partial\theta} = a_2\frac{\partial^2 t_2}{\partial z^2} \tag{6}$$

при следующих условиях: граничном

$$z = H, \quad \lambda_2\left(\frac{\partial t_2}{\partial z}\right)_{z=H} = \alpha_2\{t_2 - t(\theta)\} \tag{7}$$

и начальном

$$\theta = 0, \quad t_2 = \varphi(z, 0). \tag{8}$$

Начальным моментом здесь является момент пуска воды в канал. Естественно, что тепловой режим грунта, слагающего дно канала, в период времени до начала подачи воды не зависит от протяженности, т. е. от x, поэтому мы вправе выражать температуру грунта также в функции времени θ.

Начальное распределение $\varphi(z, 0)$ может быть найдено из решения задачи о формировании грунта за промежуток времени от прекращения подачи воды до пуска ее в следующем году. Решение уравнения (6) при условиях (7) и (8) может быть записано в виде

$$t_2 = \frac{1}{2\sqrt{\pi a_2\theta}}\int\limits_0^\infty\left\{\exp\left[-\frac{(z-y)^2}{4a_2\theta}\right] + \exp\left[-\frac{(z+y)^2}{4a_2\theta}\right] - \right.$$

$$\left. - 2\frac{\alpha_2}{\lambda_2}\int\limits_0^\infty\exp\left[-\frac{\alpha_2}{\lambda_2}\xi - \frac{(z+y+\xi)^2}{4a_2\theta}\right]d\xi\right\}\varphi(y)\,dy +$$

$$+ \frac{\alpha_2}{\lambda_2}\sqrt{\frac{a_2}{\pi}}\int\limits_0^\theta\left\{\exp\left[-\frac{z^2}{4a_2(\theta-\eta)}\right] - \right.$$

$$\left. - \frac{\alpha_2}{\lambda_2}\int\limits_0^\infty\exp\left[-\frac{\alpha_2}{\lambda_2}\xi - \frac{(z+\varepsilon)^2}{4a_2(\theta-\eta)}\right]d\xi\right\}\frac{t(\eta)}{\sqrt{\theta-\eta}}\,d\eta, \tag{9}$$

где a_2 — коэффициент температуропроводности грунта; λ_2 — коэффициент теплопроводности грунта и α_2 — коэффициент теплообмена между грунтом и водой.

Определяя из (9) температуру поверхности грунта, мы найдем в соответствии с (7) величину теплового потока из грунта в воду, т. е.

$$c_1\rho_1 k_1(H)\left(\frac{\partial t_1}{\partial z}\right)_{z=H} = \alpha_2\left\{N(\theta) + \int\limits_0^\theta K(\theta-\eta)\,t(\eta)\,d\eta - t(\theta)\right\}. \tag{10}$$

Здесь

$$N(\theta)=\left[\int_0^\infty\left[\frac{\exp\left[-\frac{(z-y)^2}{4a_2\theta}\right]+\exp\left[-\frac{(z+y)^2}{4a_2\theta}\right]}{2\sqrt{\pi a_2\theta}}-\right.\right.$$

$$-\frac{\alpha_2}{\lambda_2}\exp\left[\left(\frac{\alpha_2}{\lambda_2}\right)^2a_2\theta+\frac{\alpha_2}{\lambda_2}(z+y)\right]\times$$

$$\left.\left.\times\left\{1-\mathrm{Erf}\left(\frac{z+y}{2\sqrt{a_2\theta}}+\frac{\alpha_2}{\lambda_2}\sqrt{a_2\theta}\right)\right\}\right]\varphi(y)\,dy\right]_{z=0}$$

функция, учитывающая влияние начального распределения температур в грунте, а ядро

$$K(\theta-\eta)=\frac{\frac{\alpha_2}{\lambda_2}\sqrt{a_2}}{\sqrt{\pi(\theta-\eta)}}-$$

$$-\left(\frac{\alpha_2}{\lambda_2}\right)^2a_2\exp\left[\left(\frac{\alpha_2}{\lambda_2}\right)^3a_2(\theta-\eta)\right]\left\{1-\mathrm{Erf}\left(\frac{\alpha_2}{\lambda_2}\sqrt{a_2(\theta-\eta)}\right)\right\}.$$

Подставляя (5) и (10) в (3), будем иметь

$$\frac{\partial t}{\partial\theta}=-\frac{(\alpha_c+\alpha_2)}{c_1\rho_1H}t+\frac{M(\theta)}{c_1\rho_1H}+\frac{\alpha_2N(\theta)}{c_1\rho_1}+\frac{q}{c_1\rho_1}+\frac{\alpha_2}{c_1\rho_1H}\int_0^\theta K(\theta-\eta)\,t(\eta)\,d\eta. \quad (11)$$

Найденное интегро-дифференциальное уравнение решаем методом последовательных приближений.

Выражение $n+1$-го приближения для температуры воды можно записать в виде:

$$t_{n+1}=e^{-\alpha\theta}\int_0^\theta F_n(\zeta)\,e^{\alpha\zeta}\,d\zeta+t_{\text{н}}e^{-\alpha\theta}, \quad (12)$$

где $\alpha=(\alpha_c+\alpha_2)/c_1\rho_1H$, причем $F_n(\zeta)$ определяется из следующего рекуррентного соотношения

$$F_n(\zeta)=F_0(\zeta)+\frac{\alpha_2}{c_1\rho_1H}\int_0^\zeta K(\theta-\eta)\left\{e^{-\alpha\eta}\int_0^\eta F_{n-1}(\nu)\,e^{\alpha\nu}\,d\nu+t_{\text{н}}e^{-\alpha\eta}\right\}d\eta, \quad (13)$$

а $F_0(\zeta)$, по которому подсчитывается первое приближение, равно

$$F_0(\zeta)=\frac{M(\zeta)}{c_1\rho_1H}+\frac{\alpha_2N(\zeta)}{c_1\rho_1H}+\frac{q}{c_1\rho_1}. \quad (14)$$

Выражение (12) дает возможность найти распределение температур воды как по длине канала, так и во времени, зная начальную температуру воды и ход во времени основных метеорологических и актинометрических элементов.

Характер процесса определяется знаком $F_n(\zeta)$: при положительном $F_n(\zeta)$ будет иметь место нагревание воды по мере ее продвижения, при отрицательном, наоборот, охлаждение.

Нетрудно усмотреть, что первое приближение годно только для моментов времени, близких к начальному; с ростом θ необходимо увеличивать и порядок приближения n.

Морской гидрофизический институт
Академии наук СССР

Поступило
17 III 1952