

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Г. Я. ЛЮБАРСКИЙ и Л. Э. ПАРГАМАНИК

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ МАГНЕТРОНА (СТАТИЧЕСКИЙ РЕЖИМ)

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 1 IV 1952)

В настоящей заметке рассматривается длинный цилиндрический магнетрон со сплошным анодом радиуса R и тонким осевым катодом радиуса $r_k \ll R$. Магнитное поле H параллельно оси; приложенная разность потенциалов равна Φ .

Теория статического режима магнетрона, предложенная Хэллом ⁽¹⁾, рассматривает движение электронов механически и предполагает, что при магнитных полях больше критического электроны движутся по окружности. При этом плотность электронного облака оказывается постоянной и равной $n_0 = m\Omega^2 / 2\pi e^2$ ($\Omega = eH / 2mc$). Анодный ток постоянен при $H < H_{кр}$ и равен нулю при $H > H_{кр}$ ($H_{кр} = (8mc^2 \Phi / eR^2)^{1/2}$).

Экспериментальная характеристика несколько отличается от описанной. С ростом магнитного поля при $H \sim H_{кр}$ ток сравнительно плавно убывает от первоначального значения до нуля. Для уменьшения тока вдвое нужно магнитное поле $H_{1/2} > H_{кр}$ («смещение»). При дальнейшем увеличении магнитного поля наблюдается еще заметный ток («хвост» характеристики). Экспериментально определенная температура электронного газа ⁽²⁻⁴⁾ оказывается порядка нескольких процентов от $e\Phi$, что обычно значительно превышает температуру катода.

В ряде работ ^(3,5,6) теория Хелла была модифицирована с целью объяснения реальной характеристики. Однако эти работы либо не дают правильной характеристики, либо содержат предположение о высокой температуре электронного газа, не объясняемое теорией. Повидимому, модификации механической теории не могут существенно улучшить результаты Хелла.

Для получения более адекватного описания работы магнетрона возможны два подхода: статистический, рассматривающий электронный газ в магнетроне в состоянии статистического равновесия, и кинетический, рассматривающий процессы в магнетроне как неравновесные.

В настоящей заметке выясняется, в какой мере статистический подход пригоден для описания статического режима магнетрона. При этом предполагается, что электроны, входящие и выходящие из электронного газа на электроды, не нарушают заметно состояния статистического равновесия.

При статистическом рассмотрении применим метод самосогласованного поля. Самосогласованное поле представляет собою усредненное реальное электрическое поле и рассматривается как внешнее. Отклонения реального поля от самосогласованного носят характер флуктуаций и учитываются в теории в виде столкновений, играющих роль механизма, поддерживающего состояние статистического равновесия. Таким образом, электронный газ рассматривается как идеальный газ во внешнем самосогласованном поле и внешнем магнитном поле. Законы сохранения энергии и момента не имеют места для отдельного электрона, а лишь для всего электронного газа в целом.

Распределение плотности идеального газа во внешнем потенциальном поле определяется формулой Больцмана $n = Ce^{-U/kT}$. Для исключения непотенциального магнитного поля рассмотрение производится в системе координат, вращающейся относительно лабораторной с ларморовской угловой скоростью Ω . Эффективная потенциальная энергия во вращающейся системе координат

$$U = -e\varphi + \frac{1}{2} m\Omega^2 r^2 \quad (e > 0), \quad (1)$$

где φ — потенциал самосогласованного поля. Если отсчитывать потенциальную энергию U по отношению к точке, где плотность равна n_0 , то распределение плотности определяется формулой

$$n = n_0 e^y, \quad y = \frac{e\varphi}{kT} - \frac{m\Omega^2 r^2}{2kT}. \quad (2)$$

Электронный газ во вращающейся системе координат, как и всякий газ во внешнем потенциальном поле, находящийся в состоянии статистического равновесия, обладает максвелловским распределением скоростей. Вычисление температуры T , характеризующей это распределение, является одной из задач теории.

Анодный ток при статистической трактовке является результатом ударов об анод электронов в их тепловом движении; таким образом

$$I_a = e \frac{n_a \bar{v}}{4} S_a, \quad (3)$$

где n_a — плотность электронного газа у поверхности анода, а S_a — площадь анода*.

Подобным же образом определяется и ток электронов, возвращающихся на катод в результате теплового движения:

$$I_k = e \frac{n_k \bar{v}}{4} S_k. \quad (4)$$

При стационарном режиме сумма этих двух токов равна току I_0 электронов, входящих в электронный газ с катода:

$$I_0 = I_a + I_k. \quad (5)$$

Так как I_a и I_k зависят от температуры электронного газа, то уравнение (5) устанавливает связь между температурой и другими параметрами.

Введем безразмерные переменные

$$h = \frac{H}{H_{кр}}; \quad \tau = \frac{kT}{e\Phi}; \quad j = \frac{I_0}{I(\Phi)}; \quad \Delta = \ln \frac{R}{r_k}; \quad I(\Phi) = (e\Phi)^{3/2} \frac{r_k}{R^2} \sqrt{\frac{2}{\pi m e^2}} e^{y_k} \quad (6)$$

(y_k — значение функции y на катоде; оно будет вычислено ниже).

Уравнение баланса токов (5) с помощью (3), (4), (2) и (6) приводится к виду

$$j = h^2 \tau^{1/2} \left(e^{\Delta - \frac{h^2 - 1}{\tau}} + 1 \right). \quad (7)$$

Последнюю формулу можно записать также в виде

$$\tau = \frac{j^2}{h^4} \left(1 - \frac{I_a}{I_0} \right)^2. \quad (8)$$

Если ток I_0 (а следовательно и j) не зависит от магнитного поля**, то, как видно из (8), при $H < H_{кр}$, когда $I_a \cong I_0$, температура электрон-

* Все величины относятся к 1 см длины магнетрона.

** Ниже будет выяснен физический смысл этого условия.

ного газа близка к нулю. При увеличении магнитного поля в области $H > H_{кр}$ температура резко возрастает за счет убывания анодного тока, достигает максимума, а затем убывает за счет роста H .

Уравнение баланса токов (5) вместе с (3), (4) и (2) позволяет вычислить анодный ток как функцию магнитного поля и температуры

$$\frac{I_a}{I_0} = \frac{1}{e^{\frac{h^2-1}{\tau} - \Delta} + 1}. \quad (9)$$

По форме это соотношение напоминает известное из квантовой статистики распределение Ферми. При нулевой температуре (9) дает ступенчатую характеристику, получающуюся из механических теорий (1). При температуре выше нуля получается сравнительно плавная характеристика со «смещением» $\frac{H_{1/2} - H_{кр}}{H_{кр}} = \frac{1}{8} j^2 \Delta$ и заметным «хвостом».

Величина температуры τ в (9) определяется из (7) в зависимости от h .

Из (9) и (7) можно исключить ток I_0 . Получается формула

$$I_0 = I(\Phi) h^2 \tau^{1/2} e^{\Delta - \frac{h^2-1}{\tau}}, \quad (10)$$

позволяющая вычислить температуру электронного газа по анодному току и магнитному полю.

Самосогласованное электрическое поле определяется уравнением Пуассона, в котором плотность электронного газа дается формулой Больцмана:

$$\Delta \varphi = 4\pi e n_0 e^{\psi};$$

введением безразмерных переменных $\xi = \frac{m\Omega^2 r^2}{2kT}$ и y оно приводится к виду

$$\xi y'' + y' = e^y - 1. \quad (11)$$

Первое граничное условие учитывает разность потенциалов, приложенную к электродам:

$$y(X) - y_k = \frac{e\Phi}{kT} - (X - x_k); \quad X = \frac{m\Omega^2 R^2}{2kT}; \quad x_k = \frac{m\Omega^2 r_k^2}{2kT}. \quad (12)$$

Второе граничное условие запишем отдельно для двух предельных случаев: больших и малых токов эмиссии I_0 . В первом случае ток I_0 , входящий в электронный газ, составляет лишь часть тока эмиссии вследствие явления возврата тока. Последнее заключается в том, что при больших токах эмиссии вблизи катода возникает потенциальный барьер, благодаря которому часть эмитируемого тока возвращается обратно на катод и лишь часть проходит через барьер (7) и попадает в электронный газ, образуя ток I_0 . В этом предельном случае электрическое поле на катоде можно считать равным нулю, что соответствует граничному условию

$$y'(x_k) = -1. \quad (13)$$

Во втором случае (достаточно малых токов эмиссии) явление возврата отсутствует, и весь эмитируемый ток входит в электронный газ ($I_0 = I_0$). Величина поля на электродах при этом не известна.

Для получения второго граничного условия в этом случае воспользуемся законом сохранения энергии. Последний приближенно может быть сформулирован следующим образом: сумма кинетической энергии теплового движения электронного газа ($3/2 N_k T$) во вращающейся системе координат и потенциальной энергии электронного газа, отсчитываемой от катода, равна нулю (если пренебречь кинетической энергией электронов на катоде и энергией уходящих электронов):

$$\frac{3}{2} N_k T + \int_V (U - U_k) n dV = 0.$$

Здесь $N = \int_V n dV$ есть полное число электронов на 1 см длины магнетрона. В безразмерных переменных это соотношение принимает вид

$$\frac{3}{2} + y_k = \frac{\int_{x_k}^x y e^y d\xi}{\int_{x_k}^x e^y d\xi}. \quad (13')$$

Анализ уравнения (11) для случая больших токов, т. е. при граничных условиях (12) и (13) для $H > H_{кр}$, показывает, что $y_k \cong 0$, а плотность электронного газа постоянная и равна n_0 при $r < a$ (a — «радиус электронного облака») и быстро убывает при $r > a$. Если магнитное поле значительно больше критического, то плотность электронного газа у анода практически равна нулю. При увеличении магнитного поля электронное облако стягивается к катоду.

В случае малых токов $y_k = -3/2$, что приводит к уменьшению плотности электронного газа в непосредственной близости от катода. В остальной части магнетрона распределение плотности такое же, как и в первом случае.

Сравним результаты статистической теории с результатами механической теории Хелла.

1. Распределение плотности электронного газа, получающееся в этих теориях, в основном одинаково.

2. В отличие от механической теории, согласно которой температура электронного газа равна нулю, статистическая теория приводит к температуре порядка нескольких процентов от $e\Phi$, что по порядку величины согласуется с экспериментальными данными. Теория позволяет вычислить температуру электронного газа по измеренному анодному току (см. (10)) независимо от величины токов I_a и I_0 .

3. Анодная характеристика, даваемая статистической теорией, качественно согласуется с экспериментальной. Она отражает наличие «смещения» и «хвоста».

4. В случае малых токов (отсутствие возврата) статистическая теория однозначно определяет состояние электронного газа и режим работы магнетрона при задании внешних параметров: магнитного поля, разности потенциалов и тока эмиссии.

Основным недостатком статистической теории является невозможность описания возврата тока, играющего существенную роль при больших токах эмиссии. Это связано с нестатистическим характером явления возврата.

Наличие электронов, которые не успели еще релаксировать после вылета из катода, в какой-то мере нарушает состояние статистического равновесия. Статистическая теория фактически предполагает для них нулевую длину релаксации.

Можно ожидать, что кинетическое рассмотрение явлений в магнетроне позволит учесть возврат электронов и получить более полное описание статического режима магнетрона.

Поступило
16 IV 1951

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ A. W. Hull, Phys. Rev., **23**, 112 (1924). ² И. М. Вигдорчик, ЖТФ, **10**, 1657 (1936). ³ E. G. Linder, Journ. App. Phys., 331 (1938). ⁴ O. Doehler, Ann. de Radioelectr., **3**, 29 (1948). ⁵ С. Я. Брауде, Phys. Zs. Sow., **12**, 1 (1937). ⁶ С. В. Беллюстин, ЖТФ, **13**, 1188 (1939). ⁷ С. В. Беллюстин, ЖЭТФ, **9**, 840 (1939).