Доклады Академии Наук СССР
1952. Том LXXXIV, № 3

ГИДРОМЕХАНИКА

В. П. ПИЛАТОВСКИЙ

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ УПРУГОГО РЕЖИМА ПРИ НАЛИЧИИ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ИСТОЧНИКОВ ЗАДАННОЙ ПЛОТНОСТИ

(Представлено академиком А. И. Некрасовым 1 III 1952)

В подземной гидромеханике, наряду с понятием об элементарной скважине, рассматривается понятие об «укрупненной скважине». В случае жесткого режима, когда сжимаемостью жидкости и пласта пренебрегают, под «укрупненной скважиной» обычно понимают круглую скважину произвольного радиуса. Поскольку на контуре такой скважины задается всюду одинаковое давление, внутренняя область скважины не имеет существенного значения, и ее можно рассматривать как некоторый бассейн, граничащий по контуру скважины с пористой средой пласта.

Иначе обстоит дело в случае упругого режима, когда приходится учитывать сжимаемость жидкости и пласта. В этом случае понятие об «укрупненной скважине», заменяющей систему скважин, разрабатывающих данное месторождение, нуждается в определении.

«Укрупненную скважину» мы определяем как сплошную скважину, на внутренней области которой задается либо некоторая плотность расхода жидкости, либо некоторое распределение пластового давления.

Примером такой «укрупненной скважины» является круглая залежь нефти, входящая в состав водонапорной системы и разрабатываемая сеткой скважин, размещенных на площади залежи достаточно близко друг к другу с тем, чтобы можно было заданный суммарный дебит системы скважин рассматривать распределенным по площади залежи с некоторой плотностью.

Рассмотрение работы сплошной скважины приводит к более общему дифференциальному уравнению, нежели известное уравнение теории упругого режима, полученное В. Н. Щелкачевым [1]:

$$\nabla^2 p = \frac{1}{a^2}\frac{\partial p}{\partial t}, \tag{1}$$

где p — давление в точке пласта в данное время; t — параметр времени; a^2 — коэффициент пьезопроводности.

При выводе уравнения (1) исходят из уравнения неразрывности в форме [2]:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) + \frac{\partial}{\partial t}(m\rho) = 0, \tag{2}$$

где ρ — плотность жидкости; u, v, w — проекции скорости фильтрации на координатные оси Ox, Oy, Oz; m — пористость среды; t — время.

Уравнение (2) предполагает отсутствие источников в поле течения.

В случае наличия распределенных источников в поле течения, например при рассмотрении укрупненных скважин в смысле нашего определения, необходимо исходить из уравнения неразрывности в форме:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho v)+\frac{\partial}{\partial z}(\rho w)+\frac{\partial}{\partial t}(m\rho)-\lambda=0, \tag{3}$$

где λ — плотность распределенных источников.

Выполняя ту же аналитическую процедуру ([2]), какую обычно применяют для вывода уравнения (1), получим основное дифференциальное уравнение упругого режима при наличии распределенных источников в форме:

$$\nabla^2 p=\frac{1}{a^2}\frac{\partial p}{\partial t}-\frac{\mu}{k\rho_0}\lambda, \tag{4}$$

где k — проницаемость среды, ρ_0 — плотность жидкости при давлении p_0, остальные обозначения прежние.

Уравнение (4) аналогично уравнению теплопроводности при наличии распределенных источников тепла.

Поступило
30 I 1952

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] В. Н. Щелкачев, ДАН, 52, № 2 (1946). [2] Л. С. Лейбензон, Движение природных жидкостей и газов в пористой среде, 1947.