Доклады Академии Наук СССР
1952. Том LXXXIV, № 1

ГИДРОМЕХАНИКА

М. Д. РОЗЕНБЕРГ

ОБ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ СКВАЖИН ПРИ УПРУГОМ РЕЖИМЕ ФИЛЬТРАЦИИ НЕФТИ

(Представлено академиком А. И. Некрасовым 1 III 1952)

При упругом режиме фильтрации жидкости давление в нефтяном пласте удовлетворяет уравнению теплопроводности

$$\nabla^2 P \cdot \varkappa = \frac{\partial P}{\partial t}, \tag{1}$$

где $\varkappa$ — коэффициент пьезопроводности (1).

Решение задачи об одновременной работе группы гидродинамически совершенных скважин в однородном пласте бесконечно большой протяженности в случае плоской задачи при заданных дебитах сводится к суперпозиции выражений вида

$$\Delta P = \frac{K_ж}{4\pi m \varkappa h \gamma_0} \int_0^t \frac{q(t)}{t-\tau} \exp\left[-\frac{r^2}{4\varkappa(t-\tau)}\right] d\tau, \tag{2}$$

где P_0 — начальное давление; $q(t)$ — весовой дебит скважины; r — расстояние от центра скважины до переменной точки H пласта; $\Delta P = P_0 - P$ — понижение давления в точке H; m — пористость; h — мощность пласта; γ_0 — удельный вес жидкости при давлении P_0; $K_ж$ — модуль объемного сжатия жидкости.

Для постоянных дебитов формула (2) легко приводится к интегральному экспоненциалу (2).

В близкой окрестности скважины выражение (2) может давать значительную погрешность. Поэтому для точек пласта, находящихся в непосредственной близости к скважине, а также для точек на стенке скважины пользуются выражением:

$$\Delta P = \frac{ж}{4\pi \varkappa m h \gamma_0} \int_0^t \frac{q(t)}{t-\tau} \exp\left[-\frac{r^2+a^2}{4\varkappa(t-\tau)}\right] I_0\left[\frac{a^2}{2\varkappa(t-\tau)}\right] d\tau; \tag{3}$$

I_0 — бесселева функция нулевого порядка от мнимого аргумента, a — радиус скважины (3).

Выражение (3) выведено для случая кольцевой галлереи, но для значения a, равного радиусу нефтяной скважины, приток с внутренней стороны галлереи исчезающе мал по сравнению с притоком извне. Таким образом, понижение давления в любой точке пласта при работе группы скважин с заданными дебитами получается суперпозицией выражений (2) и (3).

Важный для практики случай, когда известны не дебиты группы одновременно работающих скважин, а забойные давления, до сих пор не исследовался.

Рассмотрим группу из n произвольно расположенных гидродинамически совершенных скважин в неограниченном однородном упругом пласте. Будем считать, что давления на стенках скважин известны как функции времени, или, что то же самое:

$$\Delta P = P_0 - P_k = f_k(t), \quad k = 1, 2, \ldots, n,$$

где P_k — давление на стенке k-й скважины.

В случае плоской задачи изменение давления в окрестности k-й скважины получится при помощи суперпозиции выражений (2) и (3), при этом для той скважины, вблизи которой рассматривается изменение давления, берется выражение (3). Переходя далее на стенку k-й скважины, меняя k от 1 до n и используя условия на стенках скважин, получим:

$$f_k(t) = c\int_0^t \frac{q_k(t)}{2(t-\tau)} \exp\left[-\frac{\alpha^2}{2(t-\tau)}\right] I_0\left[\frac{\alpha^2}{2(t-\tau)}\right] d\tau +$$

$$+ c\sum_{i=1}^{n}{}' \int_0^t \frac{q_i(t)}{2(t-\tau)} \exp\left[-\frac{\alpha_{ik}^2}{4(t-\tau)}\right] d\tau, \quad k = 1, 2, \ldots, n, \qquad (4)$$

где $\alpha^2 = a^2/\varkappa$; $\alpha_{ij}^2 = r_{ij}^2/\varkappa$; r_{ij} — расстояние от i-й скважины до j-й; $c = K_ж / 2\pi\varkappa m h \gamma_0$.

Система (4) по отношению к искомым функциям $q(t)$ является системой интегральных уравнений типа Вольтерра первого рода.

Применим для решения системы (4) преобразование Карсона — Лапласа. Обозначим через $F_i(S)$ изображения $f_i(t)$ и через $Q_i(S)$ — изображения искомых функций $q(t)$. Пользуясь теоремой о свертывании, получим, после нахождения изображений ядер интегральных уравнений системы (4) ([4]):

$$F_k(S) = cI_0(\alpha\sqrt{S})K_0(\alpha\sqrt{S})Q_k(S) + c\sum_{i=1}^{n}{}' K_0(\alpha_{ik}\sqrt{S})Q_i(S), \qquad (5)$$

$$k = 1, 2, \ldots, n,$$

где K_0 — функция Бесселя второго рода от мнимого аргумента. Выражение (5) является системой линейных уравнений по отношению к функциям $Q_i(S)$.

Решая эту систему, находим изображения искомых функций. Нахождение оригиналов $q(t)$ для каждого конкретного случая при заданном числе и заданной расстановке скважин может быть проведено обычным путем с помощью преобразования Меллина либо приближенно численным методом ([5]).

Поступило
27 II 1952

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] В. Н. Щелкачев, ДАН, 52, № 2 (1946). [2] В. Н. Щелкачев, Упругий режим пластовых водонапорных систем, М., 1948. [3] И. А. Чарный, Подземная гидродинамика, М., 1948. [4] В. А. Диткин и П. И. Кузнецов, Справочник по операционному исчислению, М., 1951. [5] В. П. Пилатовский, ДАН, 82, № 2 (1952).