

М. Я. БОРОДЯНСКИЙ

ОБ ОДНОМ ОШИБОЧНОМ ДОПУЩЕНИИ ПРИ РАСЧЕТЕ УСТОЙЧИВОСТИ ЦИКЛИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНЫХ СИСТЕМ

(Представлено академиком А. И. Некрасовым 20 II 1952)

Для определения критической нагрузки многоугольной и многоэтажной циклически-симметричной рамы приходится составлять и раскрывать определители высоких порядков. Порядок определителя равен $4mn$, где m — количество этажей, а n — количество граней или ребер системы. Например, для сравнительно простой конструкции — одноэтажной шестиугольной рамы — приходится раскрывать определитель 24-го порядка, что практически осуществить исключительно трудно. Поэтому для конкретного определения критической нагрузки названных систем часто прибегают к допущениям, упрощающим расчет.

Одно из таких допущений заключается в том, что для определения критического груза рассматривают лишь две предполагаемые формы потери устойчивости — изгиб всей системы в целом и закручивание ее вокруг вертикальной центральной оси. При этом для определения критической нагрузки приходится раскрывать определители, порядок которых равен $4m$ при потере устойчивости на изгиб и $3m$ при потере устойчивости на кручение.

Однако приведенное допущение — ошибочное, ибо при таком способе расчета теряется много корней, характеризующих весь спектр критических сил, и может случиться, что потеряется именно и тот корень, который определяет наименьший критический груз.

Рассчитаем на устойчивость 4-угольную пространственную раму с вертикальными стойками (см. рис. 1). Чтобы не потерять ни одного из корней, определяющих систему критических нагрузок для данной рамы, будем задачу решать в общем виде, т. е. без каких-либо предположений о формах потери устойчивости.

За неизвестные примем углы поворота ($\varphi_1^r, \varphi_2^r, \varphi_1^v, \varphi_2^v, \dots$) верхних узлов относительно переносных координатных осей r, v, t и линейные перемещения (δ) тех же узлов вдоль осей t (рис. 1). Приравненный нулю определитель (16-го порядка), составленный из коэффициентов уравнений упругости, является определителем критического состояния.

После линейных комбинаций со столбцами (строками) определителя критического состояния, согласно обобщенным неизвестным форм деформаций $K_1, K_2—K_6$ (табл. 1), он примет квази-диагональный вид. Преоб-

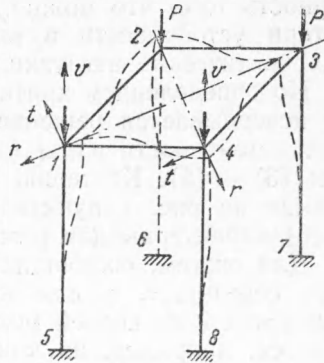
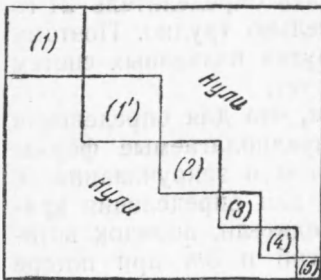


Рис. 1

K_1				K_2			K_3		K_4		K_5		K_6		
$\varphi_2^f - \varphi_1^f$	$\varphi_2^f - \varphi_1^f$	$\varphi_2^f - \varphi_1^f$	$\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 - \delta_4$	$\varphi_2^f - \varphi_1^f$	$\varphi_2^f - \varphi_1^f$	$\psi_2^v - \psi_1^v$	$\delta_1 + \delta_2 - \delta_3 - \delta_4$	$\varphi_1^f + \varphi_2^f + \varphi_3^f + \varphi_4^f$	$\varphi_1^v + \varphi_2^v + \varphi_3^v + \varphi_4^v$	$\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4$	$-\varphi_1^f + \varphi_2^f - \varphi_3^f + \varphi_4^f$	$\delta_1 - \delta_2 + \delta_3 - \delta_4$	$-\varphi_1^f + \varphi_2^f - \varphi_3^f + \varphi_4^f$	$-\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 - \delta_4$	$\varphi_1^f + \varphi_2^f + \varphi_3^f + \varphi_4^f$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

разованный определитель схематически показан в табл. 2, где (1) и (1') — два одинаковых определителя четвертого порядка, (2) — третьего, (3) и (4) — второго, а (5) — определитель первого порядка.

Таблица 2



Каждому из критериев (1) — (5) соответствует форма потери устойчивости согласно соответствующим линейным комбинациям (обобщенным неизвестным), проделанным со столбцами (строками) определителя критического состояния. В этом можно убедиться, например, составив независимо критерии потери устойчивости для форм искривления $K_1, K_2 - K_6$ (табл. 1) и сравнив их определители с (1) — (5). Критерию (1) соответствует изгиб всей системы по направлению 1—2, а критерию (2) — закручивание рамы вокруг ее вертикальной центральной оси. Этим самым доказана

верность того, что можно, приступая к расчету, предположить формы потери устойчивости в виде изгиба и закручивания и определять для них критические нагрузки.

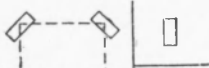

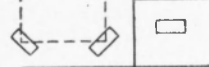

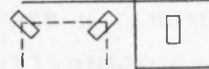

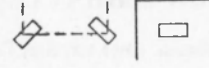

Но определением критического груза для изгиба (1) и кручения (2) не исчерпывается решение поставленной задачи. Чтобы закончить расчет устойчивости рамы (рис. 1), необходимо также рассмотреть критерии (3) — (5). Критерию (3) соответствует форма искривления, показанная на рис. 1 пунктиром, а формы потери устойчивости для (4) и (5) характерны для рам с несмещающимися узлами.

Для систем, состоящих из элементов двутаврового или прямоугольного сечения, т. е. для наиболее часто встречающихся конструкций, наименьший из корней может и не соответствовать (1) или (2), а определится, например, из критерия (3). В табл. 3 приведены результаты численного примера — значения критических нагрузок, соответствующих (1) — (5) для четырех взаимных расположений (I, II, III и IV) стоек и ригелей. Это сделано с целью выбора наиболее выгодного взаиморасположения стоек и ригелей, т. е. так, чтобы при одной и той же затрате материала получить наиболее устойчивую конструкцию.

Если ограничиться расчетом лишь на изгиб (1) и кручение (2), то казалось бы рационально остановиться на строке I, приняв величину критического груза 16,4 т.

Достаточно, однако, рассмотреть для взаиморасположения I (табл. 3) все критерии (1) — (5), чтобы убедиться, что наименьшая критическая

Таблица 3

	Расположение		Критическая нагрузка в т				
	стоек	ригелей	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
I			16,4	34,8	8,6	121,6	19,3
II			40,3	18,9	17,1	105,7	13,4
III			16,4	5,8	37,6	19,3	121,6
IV			40,3	4,4	47,8	13,4	105,7

нагрузка соответствует (3) и почти в два раза меньше критической нагрузки на изгиб.

Этот пример показывает, насколько опасно пользоваться критикуемым нами допущением.

Из полученного нами общего решения для расчета устойчивости n -угольных многоэтажных систем следует, что чем больше n , тем больше нужно рассмотреть отдельных критериев, аналогичных (1)—(5), и тем опаснее ограничиться рассмотрением лишь изгиба и кручения системы.

Киевский технологический институт
пищевой промышленности
им. А. И. Микояна

Поступило
3 XI 1951