Доклады Академии Наук СССР
1952. Том LXXXIII, № 3

ФИЗИКА

В. Л. ГИНЗБУРГ

О ПОВЕДЕНИИ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ ПЛЕНОК В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

(Представлено академиком Л. Д. Ландау 30 I 1952)

Вопрос о поведении сверхпроводящих пленок в магнитном поле имеет, как известно, первостепенное значение. Теория сверхпроводимости, использовавшаяся до недавнего времени, оказывается не в состоянии дать правильную картину поведения сверхпроводников в полях, сравнимых с критическими — помимо замечаний, сделанных на этот счет ранее в ([1]), укажем на новые работы ([2], [3]), решительно свидетельствующие против старой теории и находящиеся по крайней мере в качественном согласии с теорией, развитой в ([1]). В силу сказанного целесообразно остановиться на поведении сверхпроводящих пленок подробнее, чем в ([1]).

Как с точки зрения прозрачности теоретических выводов, так и с точки зрения однозначной интерпретации экспериментальных фактов особый интерес имеют тонкие пленки, полутолщина которых d удовлетворяет условию

$$(\varkappa d / \delta_0)^2 \ll 1, \tag{1}$$

где δ_0 — глубина проникновения в слабом поле и $\varkappa$ — входящий в теорию характерный параметр, для Sn и Hg равный примерно $\varkappa \simeq 0{,}15$ ([1]). Ввиду малости $\varkappa$ для пленок с $d \lesssim \delta_0$ в хорошем приближении можно вообще положить $\varkappa = 0$. В этом случае вся теория легко может быть развита независимо от рассмотрения, предпринятого в ([1]). Отнесенная к единице объема свободная энергия нормальной фазы равна

$$\Phi_n = F_{n0} + \frac{H_0^2}{8\pi}, \tag{2}$$

где F_{n0} — свободная энергия без учета энергии поля и H_0 — напряженность внешнего магнитного поля, которое ниже считается параллельным пленке.

Плотность свободной энергии сверхпроводящей фазы при $\varkappa = 0$ равна ($H = dA / dz$ — напряженность поля в металле):

$$\Phi_s' = F_{n0} + \alpha |\Psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\Psi|^4 + \frac{e^2}{2mc^2} A^2 |\Psi|^2 + \frac{H^2}{8\pi}. \tag{3}$$

Плотность сверхпроводящего тока $j_s = -\frac{e^2}{mc}|\Psi|^2 A$ и вводимый обычно в теорию параметр $\Lambda = \frac{m}{e^2 n_s} = \frac{m}{e^2|\Psi|^2}$ (см., например, ([4])). Поэтому плотность $\Phi_s' = F_{n0} + \frac{\Lambda j_s^2}{2} + \frac{H^2}{8\pi} + \alpha |\Psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\Psi|^4$ отличается при $\varkappa = 0$ от плотности энергии, используемой в старой теории (см. ([4])), только членами

$\alpha|\Psi|^2+\frac{\beta}{2}|\Psi|^4=\alpha n_s+\frac{\beta}{2}n_s^2$. При отсутствии магнитного поля в состоянии равновесия $\partial\Phi_s'/\partial n_s=0$, т. е. $n_s=|\Psi_\infty|^2=-\alpha/\beta$ и $F_{n0}-F_{s0}=H_{\text{км}}^2/8\pi=\alpha^2/2\beta$, где $H_{\text{км}}$ — критическое магнитное поле в случае массивного металла. Магнитное поле определяется, очевидно, уравнением

$$\Delta A=-\frac{4\pi}{c}j_s=\frac{4\pi e^2}{mc^2}|\Psi|^2 A. \tag{4}$$

Для дальнейшего удобно перейти к приведенной функции Ψ_0:

$$\Psi_0^2=\frac{\Psi^2}{\Psi_\infty^2},\qquad \Psi_\infty^2=-\frac{\alpha}{\beta}\text{ — концентрация при } H_0=0, \tag{5}$$

где вместо модулей употребляются сами величины, поскольку в интересующем нас случае функция Ψ вещественна.

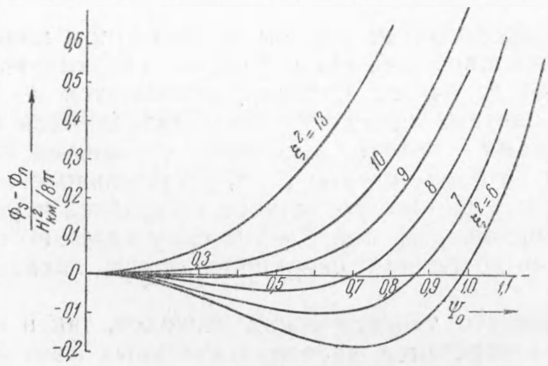

Рис. 1. $d/\delta_0=0{,}8$; $\xi^2=H_0^2/H_{\text{км}}^2$

Уравнение (4) и его решение для пластины толщиной $2d$, находящейся во внешнем поле H_0, принимает вид

$$\frac{d^2A}{dz^2}-\frac{\Psi_0^2}{\delta_0^2}A=0,$$

$$A=\frac{\delta_0 H_0\,\mathrm{sh}\,(\Psi_0 z/\delta_0)}{\Psi_0\,\mathrm{ch}\,(\Psi_0 d/\delta_0)},$$

$$H=\frac{dA}{dz}=\frac{H_0\,\mathrm{ch}\,(\Psi_0 z/\delta_0)}{\mathrm{ch}\,(\Psi_0 d/\delta_0)}, \tag{6}$$

где $\delta_0=\sqrt{mc^2/4\pi e^2\Psi_\infty^2}$ — глубина проникновения в слабом поле $H_0\to 0$ (при $H_0=0$ $\Psi_0^2=1$) и координата z отсчитывается от середины пластины.

Найдем теперь свободную энергию пластины в сверхпроводящем состоянии Φ_s', отнесенную к единице объема. Для этой цели нужно проинтегрировать по z от $-d$ до $+d$ выражение (3), где A и H имеют значения (6), и разделить результат на $2d$. Кроме того, нужно учесть изменение энергии поля, расположенного вне пластины. Для этой цели, как показано в [4] (см. также [1, 5]), к плотности Φ_s' нужно добавить плотность энергии «намагничения» $-MH_0=-\frac{H-H_0}{4\pi}H_0$. В результате энергия $\Phi_s=\frac{1}{2d}\int\limits_{-d}^{+d}(\Phi_s'-MH_0)\,dz$ равна

$$\Phi_s=\Phi_n+\frac{H_0^2}{8\pi}\left(1-\frac{\mathrm{th}\,(\Psi_0 d/\delta_0)}{\Psi_0 d/\delta_0}\right)+\frac{H_{\text{км}}^2}{8\pi}(\Psi_0^4-2\Psi_0^2), \tag{7}$$

где уже произведен переход к единицам (5) и учтено, что $H_{\text{км}}^2/8\pi=\alpha^2/2\beta$ и $\Psi_\infty^2=-\alpha/\beta$.

Величина Ψ_0 в состоянии равновесия определяется из условия $\partial\Phi_s/\partial\Psi_0=0$, приводящего к уравнению

$$\left(\frac{H_0}{H_{\text{км}}}\right)^2=\frac{4\Psi_0^2(\Psi_0^2-1)\,\mathrm{ch}^2(\Psi_0 d/\delta_0)}{1-\dfrac{\mathrm{sh}\,(2\Psi_0 d/\delta_0)}{2\Psi_0 d/\delta_0}}. \tag{8}$$

Зависимость $\Phi_s - \Phi_n$ от Ψ_0 согласно (7) ясна из рис. 1 и 2. Все кривые делятся на два класса в зависимости от величины отношения d / δ_0, причем, как показано ниже (см. также ([1])), критическое значение $d_к / \delta_0$, лежащее на границе между этими классами, равно

$$\frac{d_к}{\delta_0} = \frac{\sqrt{5}}{2} \simeq 1{,}12. \qquad (9)$$

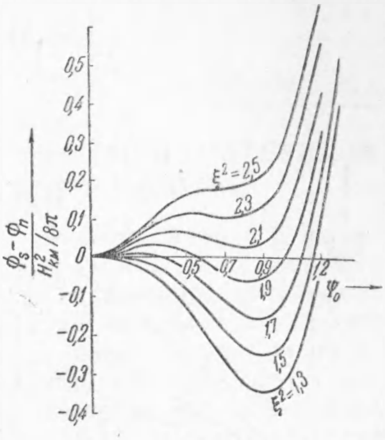

Рис. 2. $d / \delta_0 = 2{,}0$; $\xi^2 = H_0^2 / H_{км}^2$

Если $d < d_к$ (рис. 1), уравнение (8) имеет при $\Psi_0 \neq 0$ только решение, отвечающее минимуму (т. е. устойчивому сверхпроводящему состоянию), причем с ростом поля H_0 значение Ψ_0 в этом минимуме убывает и обращается в нуль при

$$\left(\frac{H_{к1}}{H_{км}}\right)^2 = 6\left(\frac{\delta_0}{d}\right)^2. \qquad (10)$$

Нормальная фаза, в которой $\Psi_0 = 0$, при $d > d_к$ и $H_0 < H_{к1}$ существовать даже как метастабильная не может. Напротив, при $H_0 > H_{к1}$ не может существовать сверхпроводящая фаза. Этот случай есть случай фазового перехода 2-го рода.

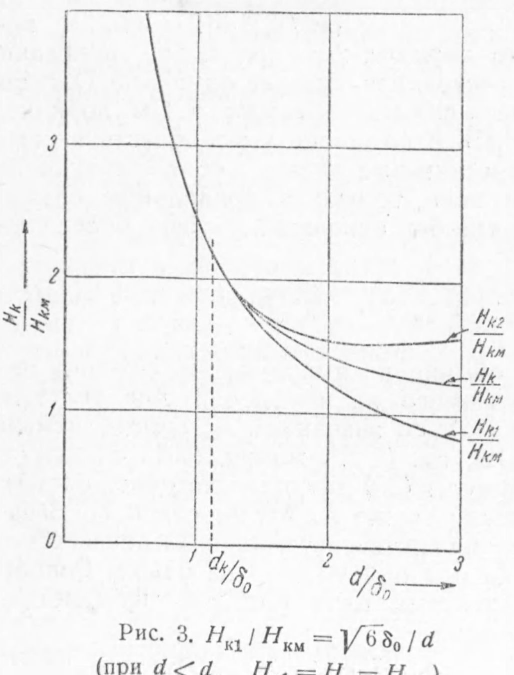

Рис. 3. $H_{к1} / H_{км} = \sqrt{6}\,\delta_0 / d$
(при $d < d_к$ $H_{к1} = H_к = H_{к2}$)

Если $d > d_к$, то при $H_0 < H_{к1}$ уравнение (8) имеет только решение, отвечающее минимуму, но при $H_{к2} > H_0 > H_{к1}$ имеется также решение, отвечающее максимуму (см. рис. 2). В этой области полей могут существовать как нормальная, так и сверхпроводящая фазы, причем одна из них является метастабильной. Фазовый переход в равновесных условиях имеет место, когда $\Phi_s = \Phi_n$, т. е., согласно (7), в поле $H_к$, определяемом из условия

$$\left(\frac{H_к}{H_{км}}\right)^2 = \frac{\Psi_0^2 (2 - \Psi_0^2)}{1 - \dfrac{\operatorname{th}(\Psi_0 d / \delta_0)}{\Psi_0 d / \delta_0}}. \qquad (11)$$

Для нахождения поля $H_к$ и соответствующего значения $\Psi_0 = \Psi_{0к}$ в точке перехода, являющегося, очевидно, переходом 1-го рода, нужно решать совместно уравнение (11) и уравнение (8) с $H_0 = H_к$ (эти уравнения совпадают при этом с уравнениями (61) и (62) из ([1])).

В поле $H_0 > H_{к2}$, где поле $H_{к2}$ отвечает точке перегиба на кривых рис. 2, сверхпроводящая фаза существовать не может. Из (8) можно видеть, что при $\Psi_0 = 0$ $\partial H_0 / \partial \Psi_0 = 0$, а в точке $d = d_к$, кроме того, $\partial^2 H_0 / \partial \Psi_0^2 = 0$; из этого последнего условия особенно легко притти к формуле (9). Существование критической толщины $d_к$, ниже которой невозможен гистерезис, было подтверждено работой ([2]). Зависимость полей $H_{к1}$, $H_к$ и $H_{к2}$ от d / δ_0 ясна из рис. 3.

Магнитный момент пленки, отнесенный к единице площади, равен $\mu = \int\limits_{-d}^{+d} \frac{H - H_0}{4\pi}\, dz = 2d\overline{M}$, причем среднее «намагничение» $\overline{M}$ равно:

$$-4\pi\overline{M} = H_0\left(1 - \frac{\operatorname{th}(\Psi_0 d/\delta_0)}{\Psi_0 d/\delta_0}\right). \qquad (12)$$

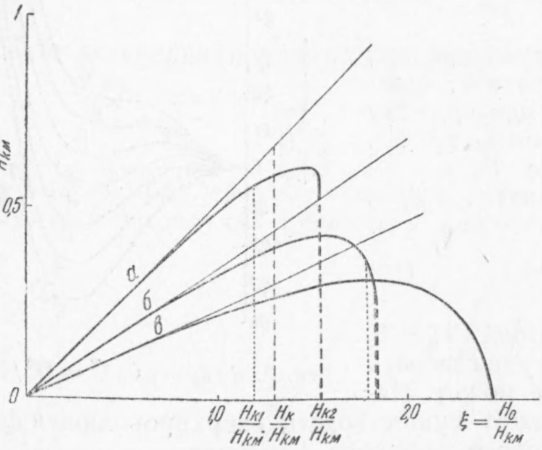

Рис. 4. *а* $d/\delta_0 = 2{,}05$; *б* $d/\delta_0 = 1{,}37$; *в* $d/\delta_0 = 1{,}00$

Зависимость $\overline{M}$ от H_0 ясна из рис. 4. По старой теории зависимость $\overline{M}$ от H_0 должна была бы иметь форму треугольника, указанного пунктиром на кривой *а* рис. 4.

При $d \leqslant d_к$ поправки, связанные с тем, что фактически $\varkappa \neq 0$, определяются параметром $(\varkappa d/\delta_0)^2$, т. е., например, вместо (10) имеем $\left(\frac{H_{к1}}{H_{км}}\right)^2 = 6\left(\frac{\delta_0}{d}\right)^2\left(1 + \mathrm{const}\left(\frac{\varkappa d}{\delta_0}\right)^2\right)$. Даже при $d = d_к$ $(\varkappa d/\delta_0)^2 \sim 2 \div 3\%$, и поэтому в области, где имеет место переход 2-го рода, эти поправки несущественны (введенная выше постоянная порядка единицы). Однако в области, где $\varkappa d/\delta_0 \sim 1$, влияние $\varkappa$ сказывается уже в 1-м порядке, т. е. в членах порядка $\varkappa$, а не $\varkappa^2$ ([1]). К сожалению, эта область весьма трудна для исследования аналитическими методами, и соответствующая формула для $H_к/H_{км}$ получена пока только в предельном случае $\varkappa d/\delta_0 \gg 1$ (см. ([1]), формула (53), где без оснований указано более слабое условие $d \gg \delta_0$):

$$H_к/H_{км} = 1 + \frac{\delta_0}{2d}\left(1 + \frac{\varkappa}{8\sqrt{2}}\right), \quad \frac{\varkappa d}{\delta_0} \gg 1. \qquad (13)$$

На опыте условие $\varkappa d/\delta_0 \gg 1$ обычно не выполняется. Поэтому несовпадение ([3]) значения δ_0, получаемого из измерений для толстых пленок с применением формулы (13), со значением δ_0, определяемым другими методами (из (10) или (12), см. ([2], [3])), может быть связано с незаконностью использования формулы (13) для недостаточно толстых пленок (к этому заключению пришли также А. Абрикосов и Н. Заварицкий). Кроме того, в силу наличия гистерезиса, никогда неизвестно, с каким именно значением $H_к/H_{км}$ мы имеем дело на опыте. Вопрос о поведении в магнитном поле толстых пленок ($d > d_к$) нуждается, очевидно, в дальнейшем исследовании.

В заключение благодарю акад. Л. Д. Ландау за обсуждение затронутых выше вопросов.

Физический институт
им. П. Н. Лебедева
Академии наук СССР

Поступило
24 I 1952

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] В. Л. Гинзбург и Л. Д. Ландау, ЖЭТФ, **20**, 1064 (1950). [2] Н. В. Заварицкий, ДАН, **78**, 665 (1951). [3] J. M. Lock, Proc. Roy. Soc., **208**, 391 (1951). [4] В. Л. Гинзбург, Сверхпроводимость, изд. АН СССР, 1946. [5] В. П. Силин, ЖЭТФ, **21**, 1330 (1951).