

Д. М. МИНЦ

## О ГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ СОПРОТИВЛЕНИИ ВЗВЕШЕННОГО В ПОТОКЕ ЗЕРНИСТОГО СЛОЯ

(Представлено академиком А. И. Некрасовым 9 II 1952)

1. Явление взвешивания слоя зерненного материала в восходящем потоке жидкости оказывается весьма удобным для изучения зависимости гидродинамического сопротивления слоя от его структуры, так как, изменяя скорость фильтрации, возможно непрерывно в широких пределах изменять пористость взвешенного слоя, т. е. его структуру; при этом перепад давления остается практически постоянным и равным весу в жидкости столба зернистого слоя с единичной площадью основания.

В описанных ранее опытах <sup>(1)</sup> по фильтрации воды через взвешенные в потоке слои песка была получена однозначная зависимость коэффициента сопротивления  $\eta = Pl/L\rho_1 v^2$  от числа Рейнольдса  $Re = \rho_1 v l/\mu$  в широком диапазоне значений  $Re$ , значительно перекрывающем область линейного закона фильтрации. При этом в качестве линейного параметра был принят гидравлический радиус пористой среды  $l = m/\omega$ , а в качестве параметра скорости  $v$  — истинная скорость потока  $u_{ист} = u/m$  ( $P/L$  — падение давления, отнесенное к единице толщины слоя,  $\rho_1$  — плотность жидкости,  $\mu$  — ее вязкость,  $m$  — пористость,  $\omega$  — поверхность зерен в единице объема зернистого слоя,  $u$  — скорость фильтрации).

Известно, что при обработке опытных данных по фильтрации, кроме указанных величин, нередко принимается в качестве параметра скорости — скорость фильтрации <sup>(2-4)</sup>, а в качестве линейного параметра — средний диаметр зерен  $d$  <sup>(3, 4)</sup> или корень квадратный из проницаемости  $\sqrt{k}$  <sup>(2)</sup>.

Произведенная проверка показала, что в случае движения жидкостей через взвешенный в потоке зернистый слой, т. е. когда структура слоя непрерывно изменяется, только принятые нами параметры скорости и длины дают компактное и закономерное расположение опытных точек, выражающее однозначную зависимость  $\eta = \varphi(Re)$ .

Следовательно, структура зернистого слоя лучше всего характеризуется гидравлическим радиусом пористой среды и истинной скоростью потока \*.

В этом случае выражения для коэффициента сопротивления и числа Рейнольдса имеют вид:

$$\eta = \frac{P}{L} m^3 \quad (1)$$
$$\eta = \frac{P}{\rho_1 u^2 \omega_0 (1 - m)}$$

\* Это подтверждается работами Н. М. Жаворонкова <sup>(5)</sup>, а также данными Кармана <sup>(6)</sup> по фильтрации жидкостей и газов через различные засыпки и насадки.

или

$$\eta = \frac{P}{\rho_1 u^{2.6} (1-m)} m^3 d \quad (1')$$

и

$$Re = \frac{\rho_1 u}{\mu \omega_0 (1-m)} \quad (2)$$

или

$$Re = \frac{\rho_1 u d}{\mu \beta (1-m)} \quad (2')$$

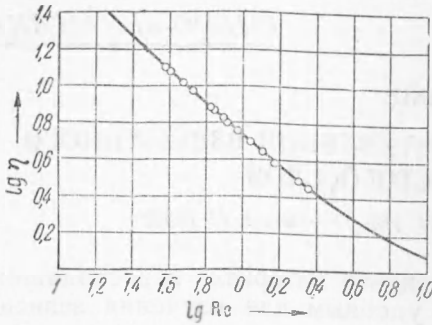


Рис. 1.  $\eta = \varphi(Re)$ ,  $d = 0,025$  см,  $\mu = 0,0104$ ,  $\eta_3/\pi = 0,77$

Здесь  $\omega_0 = 6\alpha/d$  — удельная поверхность зерен;  $\alpha$  — коэффициент формы, равный отношению поверхности зерна к поверхности равновеликого шара; в частном случае для зерен шарообразной формы  $\omega_0 = 6/d$ .

2. Полученная форма выражений для коэффициента сопротивления и числа Рейнольдса позволяет обнаружить связь между коэффициентом сопротивления взвешенного зернистого слоя и коэффициентом сопротивления  $\eta_3$  отдельных зерен, составляющих слой, при их свободном падении в безграничной среде.

Из выражения (1') сила сопротивления одного зерна при фильтрации равна:

$$F_\phi = \eta \frac{\rho_1 u^2 d^2 \pi}{m^3} \quad (3)$$

Сила сопротивления, испытываемая зерном при свободном падении в безграничной среде:

$$F_3 = \eta_3 \theta^2 d^2 \rho_1, \quad (4)$$

где  $\theta$  — скорость падения зерна в жидкости.

Для взвешенного в потоке слоя  $F_\phi = F_3$ , так как эти силы равны весу зерна в жидкости.

Следовательно,

$$\frac{\eta}{\eta_3} = \frac{m^3}{\beta^2 \pi}, \quad (5)$$

где

$$\beta = \frac{u}{\theta}. \quad (6)$$

С увеличением скорости восходящего потока пористость слоя приближается к единице,  $Re \rightarrow \infty$ ,  $u \rightarrow \theta$ .

При  $m = 1,0$  из равенства (5) получаем:

$$\eta = \frac{\eta_3}{\pi}. \quad (7)$$

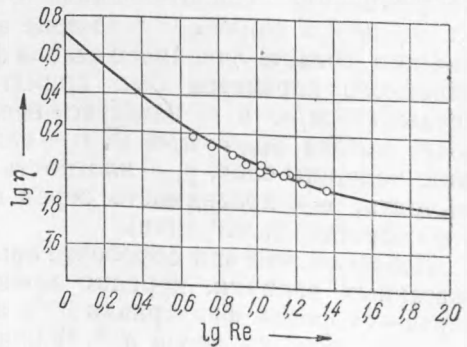


Рис. 2.  $\eta = \varphi(Re)$ ,  $d = 0,045$  см,  $\mu = 0,0167$ ,  $\eta_3/\pi = 0,62$

С другой стороны, при малых значениях  $Re$

$$\eta = \frac{c}{Re}. \quad (8)$$

Поэтому можно предположить существование общей закономерности

$$\eta = \frac{c}{Re} + \frac{\eta_3}{\pi}. \quad (9)$$

Данные наших опытов с фильтрацией воды через взвешенные в потоке слои песка и гравия с крупностью зерен 0,25; 0,34; 0,46; 0,63; 1,01; 1,37; 2,18; 3,66 и 5,17 мм были сопоставлены с кривыми, построенными по уравнению (9)\*. При построении кривых величина  $\eta_3$  определялась по экспериментальному графику А. П. Зегжда (?), а величина  $c = 4,5$  была найдена по данным наших опытов при малых значениях  $Re$ .

Опытные точки очень хорошо совпадают с вычисленными кривыми (рис. 1, 2, 3), пока величина  $\eta_3$  не оказывается близкой к ее значению в автомоделной области ( $\eta_3 \cong 0,65$ ), что соответствует песку с диаметром зерен более 1,0 мм\*\*.

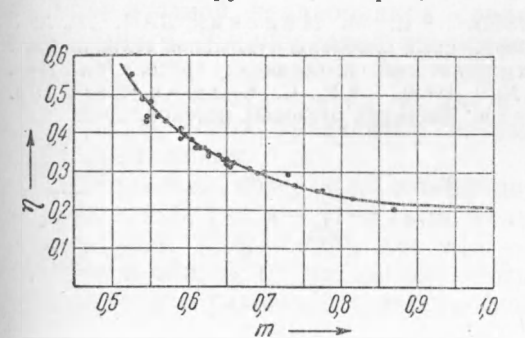


Рис. 4.  $\eta = f(m)$ , опыты с тремя различными по величине зерен слоями гравия ( $d = 0,218, 0,366$  и  $0,517$  см)

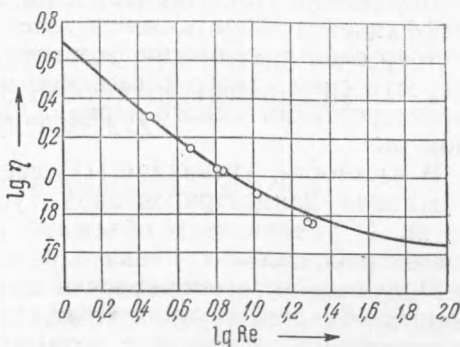


Рис. 3.  $\eta = \varphi(Re)$ ,  $d = 0,063$  см,  $\mu = 0,0106$ ,  $\eta_3/\pi = 0,40$

оказывается, что коэффициент сопротивления взвешенного слоя не зависит ни от крупности зерен, ни от скорости фильтрации, а лишь от пористости и величины  $\eta_3$  в автомоделной области.

Это видно из рис. 4, на котором опытные точки взвешенных слоев гравия  $d = 2,18; 3,66; 5,17$  мм плотно располагаются вдоль кривой, выражающей зависимость коэффициента сопротивления слоя от его пористости. Кривая показывает, что при приближении  $m$  к единице значение коэффициента сопротивления приближается к  $\eta_3/\pi \cong 0,206$ .

3. Из уравнений (5) и (9) получено:

$$\beta = - \frac{3\pi c(1-m)}{Re_3 \eta_3} + \sqrt{\left[ \frac{3\pi c(1-m)}{Re_3 \eta_3} \right]^2 + m^3}; \quad (10)$$

здесь  $Re_3 = \rho_1 \theta d / \nu$ .

При ламинарном движении свободно падающего зерна по закону Стокса  $Re_3 \eta_3 = 3\pi$ , и выражение (10) упрощается:

\* В дополнение к ранее выполненным и опубликованным опытам (1), в которых пористость взвешенного слоя не превышала 0,80, были поставлены специальные опыты с доведением пористости до 0,95 и исследованы явления взвешивания крупнозернистых слоев гравия.

\*\* Приведенная в предыдущем сообщении (1) экспериментальная кривая зависимости  $\eta = \varphi(Re)$  по существу состоит из отдельных накладывающихся друг на друга при  $m < 0,80$  участков кривых, описываемых уравнением (9).

$$\beta = -c(1 - m) + \sqrt{c^2(1 - m)^2 + m^3}. \quad (11)$$

Для крупных зерен, когда  $\eta_3$  не зависит от  $Re_3$ , по данным наших опытов найдена эмпирическая зависимость, справедливая в пределах значений  $m$  от 0,50 до 1,0:

$$\beta = \frac{m^2}{\sqrt{m + 3,14(1 - m)^2}}. \quad (12)$$

Выражения (10), (11), (12) и (5), (6) позволяют определить значение коэффициента сопротивления взвешенного в восходящем потоке зернистого слоя и величину скорости восходящего потока жидкости или скорости совместного осаждения массы зерен по гидродинамическим характеристикам одного зерна  $\eta_3$ ,  $Re_3$ ,  $\theta$  и структурной характеристике слоя  $m$ .

В частности, уравнение (11) дает возможность вычислить скорость осаждения концентрированной суспензии с объемной концентрацией  $1 - m$ . С увеличением объемной концентрации скорость осаждения концентрированной суспензии резко падает.

Полученные закономерности имеют практическое значение для различных областей науки и техники при решении вопросов, связанных со взвешиванием частиц в потоке жидкостей или газов, осаждением частиц, с динамикой наносов и фильтрацией жидкостей через зерновые материалы.

Поступило  
24 XII 1951

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Д. М. Минц, ДАН, 82, № 1 (1952). <sup>2</sup> Е. М. Минский, ДАН, 78, № 3 (1951). <sup>3</sup> И. М. Федоров, Сборн. Современные проблемы сушильной техники, 1941. <sup>4</sup> М. Маскет, Течение однородных жидкостей в пористой среде, М., 1949. <sup>5</sup> Н. М. Жаворонков, Хим. пром., № 9 (1948). <sup>6</sup> Р. С. Карман, Trans. Inst. Chem. Eng., 15, 150 (1937). <sup>7</sup> И. И. Леви, Динамика русловых потоков, 1948.