Доклады Академии Наук СССР
1952. Том LXXXIII, № 1

ГЕОФИЗИКА

Н. А. СЛЕЗКИН

ОСНОВЫ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ВЫВЕТРИВАНИЯ ВЛАГИ

(Представлено академиком А. И. Некрасовым 31 XII 1951)

Претворение в жизнь сталинских планов лесонасаждений и орошения земель выдвигает перед гидромеханикой ряд новых проблем.

В данной заметке мы намереваемся изложить положения, которые могут быть взяты за основу гидродинамической теории выветривания влаги из верхних слоев почвы.

Гидродинамическая теория выветривания влаги из обдуваемой ветром поверхности по своему существу должна быть теорией взаимодействия потока воздуха с течениями грунтовых вод, происходящими по другую сторону этой поверхности. На первых порах в основу этой теории можно принять следующие положения:

1) Воздух считать несжимаемой и идеальной жидкостью. Ветровой поток считать установившимся и потенциальным за исключением, быть может, отдельных точек, в которых могут располагаться изолированные вихри с заданной циркуляцией. Поверхность, обдуваемая ветром, считается непроницаемой по отношению к воздуху. Поступающие в воздух пары влаги не оказывают влияния на течение воздуха.

При этих предположениях задача определения распределения давления вдоль обтекаемой ветром поверхности сводится к решению уравнения Лапласа для потенциала скоростей, при условии обращения в нуль на границе производной по нормали от этого потенциала, и использованию интеграла Бернулли

$$\Delta\varphi = 0, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial n} = 0, \quad (\text{на } S); \tag{1}$$

$$\mathbf{V} = \operatorname{grad}\varphi, \quad p = p_a + \frac{1}{2}\rho V^2. \tag{2}$$

Входящее в интеграл Бернулли (2) постоянное выбрано равным тому давлению p_a, которое имело место на обдуваемой ветром поверхности при отсутствии ветра. Такой выбор постоянной равносилен предположению о том что механическая энергия, состоящая из потенциальной энергии давления (p/ρ) и кинетической энергии, приходящаяся на единицу объема поверхностного слоя воздуха, остается неизменной при переходе из состояния равновесия в состояние движения. Этим предположением мы отражаем тот факт, что возникновение ветрового потока сопровождается понижением давления на обдуваемой поверхности, благодаря которому происходит высасывание влаги из пористой среды, расположенной по другую сторону этой поверхности.

2) Коэффициенты, характеризующие пористость среды, можно считать постоянными. Для движения влаги в самой пористой среде можно принять линейный закон сопротивления и пренебрегать квадратичными членами инерции. При этих предположениях дифференциальные уравнения фильтрации ([1,2]) принимают вид

$$\rho_1 \frac{\partial u_1}{\partial t} = -\frac{s}{m}\left(s\frac{\partial p_1}{\partial x} + \frac{\mu}{k}u_1\right),$$

$$\rho_1 \frac{\partial v_1}{\partial t} = -\frac{s}{m}\left(s\frac{\partial p_1}{\partial y} + \frac{\mu}{k}v_1\right), \tag{3}$$

$$\rho_1 \frac{\partial w_1}{\partial t} = -\frac{s}{m}\left(s\frac{\partial p_1}{\partial z} + m\rho_1 g + \frac{\mu}{k}w_1\right);$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{\partial w_1}{\partial z} = 0. \tag{4}$$

Из этих уравнений следует, что давление в области, занятой пористой средой, будет удовлетворять уравнению Лапласа, т. е.

$$\Delta p_1 = 0. \tag{5}$$

Принимая давление на границе равным давлению воздуха (2), мы можем найти распределение давления во всей пористой среде с помощью решения задачи Дирихле. После этого легко найти из уравнений (3) распределение скоростей движения влаги в пористой среде и скорость выхода влаги на поверхность

$$(w_1)_{z=0} = -\frac{k}{\mu}\left(1 - e^{-\frac{s\mu}{\rho_1 mk}t}\right)\left[mg\rho_1 + s\left(\frac{\partial p_1}{\partial z}\right)\right]. \tag{6}$$

Таким образом, с помощью последовательного решения указанных задач Неймана и Дирихле мы получаем возможность расчетным путем: 1) выяснить, в какой мере защищают от выветривания влаги из почвы холмы, выемки и прочие неровности обдуваемой ветром поверхности; 2) при заданной скорости ветра и заданных неровностях поверхности определять количество выветриваемой с единицы площади в единицу времени влаги из пористой среды, расположенной по другую сторону этой поверхности; 3) оценивать промежуток времени, необходимый для сушки тех или иных предметов, обдуваемых воздушным потоком.

Последующее привлечение экспериментов в аэродинамической трубе и в специальных установках позволит уточнить значения постоянных, входящих в уравнение (3), и те положения, которые приняты за основу предлагаемой нами теории.

В качестве примера рассмотрим задачу, решение которой может позволить оценить величину защитного от выветривания влаги действия простого плоского забора.

Комплексный потенциал скоростей потока, обтекающего прямолинейную пластинку, имеет вид

$$w(z_1) = V_\infty \sqrt{z_1^2 + a^2}. \tag{7}$$

При этом распределение давления вдоль линии симметрии, представляющей плоскую границу пористой среды, будет выражаться формулой

$$(p)_{z=0} = p_a - \frac{1}{2}\rho V_\infty^2 \frac{x^2}{x^2 + a^2}. \tag{8}$$

Давление в пористой среде представим в виде

$$p_1 = p_a - \rho_1 g \frac{m}{s} z + p_д. \tag{9}$$

Считая глубину пористой среды бесконечной и решая задачу Дирихле для динамической составляющей давления $p_д$, получим для распределения давления внутри пористой среды следующее выражение:

$$p_1 = p_a - \frac{m}{s}\rho_1 g z - \frac{z}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} (p_д)_{z=0} \frac{d\xi}{(\xi - x)^2 + z^2}. \tag{10}$$

Отсюда получим

$$\left(\frac{\partial p_1}{\partial z}\right)_{z=0} = -\frac{m}{s}\rho_1 g - \frac{1}{2}\rho a V_\infty^2 \frac{x^2 - a^2}{(x^2 + a^2)^2}. \tag{11}$$

Подставляя это значение (11) в правую часть (6), получим выражение для скорости выхода влаги на поверхность в виде

$$(w_1)_{z=0} = \frac{ks\rho a}{2m\mu} V_\infty^2 \frac{x^2 - a^2}{(x^2 + a^2)^2}\left(1 - e^{-\frac{s\mu}{\rho_1 k m}t}\right). \tag{12}$$

На основании (12) заключаем, что выветривания влаги не будет происходить ($(w_1)_{z=0} < 0$) на тех расстояниях x от плоского забора, которые не превышают высоты забора. Максимальная скорость выветривания будет иметь место на расстоянии $a\sqrt{3}$.

В качестве второго примера рассмотрим задачу об обтекании плоским безотрывным потоком воздуха круглого пористого цилиндра с наличием в нем влаги. Решение этой задачи может иметь отношение к вопросам сушки некоторых предметов воздушным потоком.

При потенциальном обтекании распределение давления по поверхности цилиндра представляется следующей формулой

$$(p)_R = p_a - 2\rho V_\infty^2 \sin^2\theta. \tag{13}$$

На основании формулы Пуассона для распределения давления внутри пористого цилиндра будем иметь

$$p_1 = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi} (p)_R \frac{R^2 - r^2}{R^2 - 2Rr\cos(\tau - \theta) + r^2}\, dr. \tag{14}$$

Подставляя (13) в (14) и проводя вычисления, получим следующее конечное выражение для давления внутри цилиндра

$$p_1 = p_a - \rho V_\infty^2 + \rho V_\infty^2 \frac{r^2}{R^2}\cos 2\theta. \tag{15}$$

Отсюда будем иметь

$$\left(\frac{\partial p_1}{\partial r}\right)_R = 2\rho V_\infty^2 \frac{\cos 2\theta}{R}. \tag{16}$$

Используя дифференциальное уравнение для радиальной скорости, аналогичное уравнениям (3), получим

$$(v_r)_R = -\frac{2\rho k s V_\infty^2}{\mu R} \cos 2\theta \left(1 - e^{-\frac{\mu s}{\rho_1 k m} t}\right). \tag{17}$$

Из полученного равенства (17) заключаем, что выветривание влаги из пористого цилиндра будет происходить по тем частям поверхности, которые отвечают углам 45—135° и 225—315°.

Теоретическое решение конкретных задач по выветриванию влаги можно провести лишь для простейших очертаний обдуваемой ветром поверхности. При более сложных очертаниях этой поверхности необходимо прибегнуть к эксперименту в аэродинамической трубе для определения распределения давления от воздушного потока по поверхности модели. Для определения же давления в пористой среде можно затем использовать метод электро-гидродинамической аналогии.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
28 XII 1951

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Л. С. Лейбензон, Движение природных жидкостей и газов в пористой среде, М., 1947. [2] Н. А. Слезкин, ДАН, 79, № 5 (1951).