

Н. Н. ВЕРИГИН

О ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОМ РАСЧЕТЕ ИСКУССТВЕННОГО ЗАМОРАЖИВАНИЯ ГРУНТОВ

(Представлено академиком А. Н. Колмогоровым 11 X 1951)

При проходке шахт и глубоких строительных котлованов для устранения притока подземных вод и обеспечения устойчивости стенок выработки часто применяется искусственное замораживание грунтов. Разработанный в СССР способ искусственного замораживания грунтов⁽¹⁻³⁾ состоит в том, что по внешнему контуру шахты или котлована бурятся скважины, в них опускаются так называемые «замораживающие колонки», в которых происходит непрерывная циркуляция раствора хлористого кальция, имеющего температуру порядка $-22 \div -25^\circ$; под влиянием этого водоносные грунты вблизи скважин замерзают, образуя постепенно утолщающиеся льдогрунтовые цилиндры; отдельные цилиндры соединяются друг с другом и создают сплошную льдогрунтовую завесу, под защитой которой осуществляется проходка шахты или котлована.

Для проектирования и устройства льдогрунтовых завес существенное значение имеют скорость роста льдогрунтовых цилиндров, образующихся у скважин, температура мерзлого грунта и расход холода на создание завес.

Явления теплообмена при искусственном замораживании грунтов сопровождаются изменением агрегатного состояния вещества и скачкообразным изменением термодинамических констант на границе промерзания. Эти явления принципиально аналогичны процессу промерзания почвы, изучавшемуся Стефаном.

Линейная задача Стефана в настоящее время решена при весьма общих начальных и граничных условиях^(4,5). Так, Л. И. Рубинштейном дано решение этой задачи при ограниченных размерах теплопроводимой среды⁽⁴⁾, а А. Б. Дацевым указаны методы решения ее для неограниченной среды⁽⁵⁾. Осесимметричная задача подобного типа рассматривалась И. А. Чарным⁽⁶⁾ и Х. Р. Хакимовым⁽³⁾, предложившими некоторые приближенные решения для расчета искусственного замораживания грунтов.

Строгое решение осесимметричной задачи при любых граничных условиях затруднительно. Ниже приводится решение этой задачи для постоянно действующего линейного источника холода, помещенного на оси симметрии скважины $r = 0$. Это частное решение может быть применено для расчета искусственного замораживания грунтов в случае некоторого заданного расхода холода из замораживающей скважины. В случае заданной температуры замораживающей колонки это решение может быть использовано для ориентировочных суждений о явлениях теплообмена при замораживании. Примем, что расход холода из скважины Q кал/час выражается следующей экспоненциальной функцией:

$$Q = Q_0 e^{-r_0^2/4a_1\tau} = Q_0 e^{-\alpha/\tau}, \quad (1)$$

где r_0 — радиус скважины, a_1 — коэффициент теплопроводности мерзлого грунта, τ — время, Q_0 — расход холода при $\tau = \infty$.

При обычных в практике значениях $r_0 = 0,05$ м и $a_1 = (0,002 - 0,005)$ м²/час постоянная $\alpha = (1,25 - 0,5)$ час. Следовательно, увеличение расхода холода Q по (1) происходит следующим образом: при $\tau = 0$ $Q = 0$, при $\tau = 24$ час. $Q = (0,95 - 0,98) Q_0$ и при $\tau = \infty$ $Q = Q_0$.

Время замораживания до момента соединения отдельных льдогрунтовых цилиндров, по практическим данным, измеряется 15—50 сутками и более (2). Ввиду этого можно считать, что по уравнению (1) расход холода, начиная со вторых суток действия холодильной установки, является практически постоянным.

При таком режиме замораживания температура рассола, циркулирующего в замораживающей колонне, должна постепенно снижаться. Зависимость температуры рассола от времени определяется уже из решения задачи.

При соблюдении условия (1) рассматриваемая задача ставится следующим образом. Температура среды в пределах льдогрунтового цилиндра $t_1(r, \tau)$ и за пределами этого цилиндра $t_2(r, \tau)$ должна удовлетворять уравнениям:

$$a_1 \Delta t_1(r, \tau) = \frac{\partial t_1(r, \tau)}{\partial \tau}, \quad r_0 < r < R(\tau); \quad (2)$$

$$a_2 \Delta t_2(r, \tau) = \frac{\partial t_2(r, \tau)}{\partial \tau}, \quad R(\tau) < r < \infty, \quad (3)$$

а также следующим условием:

$$t_2(r, 0) = t_0 = \text{const}, \quad (4)$$

$$t_2(\infty, \tau) = t_0, \quad (5)$$

$$2\pi r_0 m \lambda_1 \frac{\partial t_1(r_0, \tau)}{\partial r} = Q, \quad (6)$$

$$t_1(R, \tau) = t_2(R, \tau) = t_n = \text{const}, \quad (7)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial t_1(R, \tau)}{\partial r} = \lambda_2 \frac{\partial t_2(R, \tau)}{\partial r} + \sigma \omega \delta \frac{dR}{d\tau}, \quad (8)$$

где $R(\tau)$ — радиус льдогрунтового цилиндра в момент времени τ в м; r_0 — внешний радиус замораживающей колонки; m — мощность замораживаемого грунта (высота колонки) в м; ω — весовая влажность грунта (в долях единицы); δ — объемный вес сухого грунта в кг/м³; σ — скрытая теплота льдообразования в кал/кг; t_n — температура льдообразования в °; λ_1 и λ_2 — коэффициенты теплопроводности, соответственно, талого и мерзлого водоносного грунта в кал/м·час·град; a_1 и a_2 — коэффициенты температуропроводности талого и мерзлого грунта в м²/час.

Воспользуемся для нашего случая следующим частным решением уравнений (1) и (2):

$$t_1 = A_1 \text{Ei} \left(-\frac{r^2}{4a_1\tau} \right) + C_1, \quad (9)$$

$$t_2 = A_2 \text{Ei} \left(-\frac{r^2}{4a_2\tau} \right) + C_2, \quad (10)$$

где Ei — интегральный экспоненциал, равный

$$Ei(-\chi) = \int_{-\infty}^{-\chi} \frac{e^{\chi}}{\chi} d\chi, \quad \infty > \chi > 0, \quad (10a)$$

A_1, C_1, A_2, C_2 — постоянные.

Из (4) или (5), а также из (6) и (1) имеем:

$$C_2 = t_0, \quad (11)$$

$$A_1 = \frac{Q}{4\pi m \lambda_1} e^{r_0^2/4a_1\tau} = \frac{Q_0}{4\pi m \lambda_1}. \quad (12)$$

Используя два условия (7) и условие (8), получим три уравнения с неизвестными A_2, C_1 и $\gamma = R^2/\tau = \text{const}$, не зависящими от r и τ . Определяя эти постоянные и вводя их в (9) и (10), окончательно получаем:

$$\gamma = \frac{4}{\sigma\omega\delta} \left[\frac{Q_0}{4\pi m} \frac{1}{e^{\gamma/4a_1}} + \frac{\lambda_2(t_0 - t_n)}{Ei\left(-\frac{\gamma}{4a_2}\right) e^{\gamma/4a_2}} \right]; \quad (13)$$

$$t_1 = t_n - \frac{Q_0}{4\pi m \lambda_1} \left[Ei\left(-\frac{\gamma}{4a_1}\right) - Ei\left(-\frac{r^2}{4a_1\tau}\right) \right]; \quad (14)$$

$$t_2 = t_0 - (t_0 - t_n) \frac{Ei\left(-\frac{r^2}{4a_2\tau}\right)}{Ei\left(-\frac{\gamma}{4a_2}\right)}; \quad (15)$$

$$R = \sqrt{\gamma t}. \quad (16)$$

При малых значениях $\chi = \frac{r^2}{4a_2\tau}$, $\frac{r^2}{4a_1\tau}$, $\frac{\gamma}{4a_1}$, $\frac{\gamma}{4a_2}$ приближенно можно принять

$$Ei(-\chi) \cong \ln(\chi e^{0,577}).$$

Тогда вместо (13) — (15) получим

$$\gamma \cong \frac{4}{\sigma\omega\delta} \left[\frac{Q_0}{4\pi m e^{\gamma/4a_1}} + \frac{\lambda_2(t_0 - t_n)}{\left(\ln \frac{\gamma}{4a_2} + 0,577\right) e^{\gamma/4a_2}} \right]; \quad (17)$$

$$t_1 \cong t_n - \frac{Q_0}{4\pi m \lambda_1} \ln \frac{\gamma\tau}{r^2}; \quad (18)$$

$$t_2 \cong t_0 - (t_0 - t_n) \frac{\ln \frac{r^2}{4a_2\tau} + 0,577}{\ln \frac{\gamma}{4a_2} + 0,577}. \quad (19)$$

Приближенные формулы (17) — (19) справедливы при $\chi \leq 0,1$ (точность до 5%). Кроме того, уравнения (14) и (18) справедливы для моментов времени $\tau > r_0^2/\gamma$, так как при $\tau = r_0^2/\gamma$ радиус $R = r_0$, а температура на внешней поверхности скважины $|t_1|_{r=r_0} = |t_2|_{r=r_0} = t_n \cong 0$ (т. е. зона промерзания грунта еще отсутствует).

В табл. 1 приведены значения расхода холода Q , температуры на внешней поверхности замораживающей колонки t и радиуса промерзания R при $\lambda_1 = \lambda_2 = 1,75$ кал/м·час·град, $a_1 = a_2 = 0,002$ м²/час, $\delta = 1700$ кг/м³, $\omega = 0,176$, $\sigma = 80$ кал/кг, $t_0 = +10^\circ$ и $r_0 = 0,057$ м.

Таблица 1

	τ в сутках				
	0,25	1	7	14	28
Q в кал/час	166,3	174,9	177,5	177,7	177,8
t в°	-2,4	-13	-29	-34	-40
R в м	0,067	0,13	0,35	0,50	0,71

Если для разных моментов времени τ определить средние арифметические температуры колонки $t_{\text{ср}}$, то для этих моментов времени радиус промерзания, вычисленный по (16), дает представление о радиусе промерзания при постоянной температуре колонки $t = t_{\text{ср}} = \text{const}$.

Отметим еще, что формулы (13) — (16) могут быть использованы для оценки точности расчета замораживания по методу последовательной смены стационарных состояний⁽⁶⁾, являющемуся приближенным, но имеющему более широкую область применения (при различных граничных условиях).

Поступило
28 V 1951

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Н. Г. Трупаков, Проходка шахт способом замораживания, 1947. ² В. В. Яковлев, Замораживание грунтов, 1940. ³ Х. Р. Хакимов, Искусственное замораживание грунтов для строительных целей, 1949. ⁴ Л. И. Рубинштейн, Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., 11, № 1 (1947). ⁵ А. Б. Дадеев, ДАН, 58, № 4 (1947); 75, № 5 (1950). ⁶ И. А. Чарный, Изв. АН СССР, ОТН, № 2 (1948).