

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Г. П. ИВАНЦОВ

**ДИФFUЗИОННОЕ ПЕРЕОХЛАЖДЕНИЕ ПРИ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ
БИНАРНОГО СПЛАВА**

(Представлено академиком И. П. Бардиным 14 IX 1951)

Рассматривается одномерная задача о кристаллизации на плоской стенке бинарного сплава при условиях известной задачи Стефана о промерзании грунта.

Ниже через C_l и C_s обозначаются текущие концентрации тугоплавкого компонента в жидкой и твердой фазах. Остальные обозначения показаны на рис. 1.

Расплав полагаем неподвижным, плотности обеих фаз — одинаковыми. Пренебрегаем термодиффузионными явлениями, а также выделением (поглощением) теплоты растворения при изменении концентрации расплава.

Формулировка задачи

Поле концентраций Поле температур

$$\begin{array}{lll}
 0 < x < \xi & \frac{\partial C_s}{\partial \tau} = D_s \frac{\partial^2 C_s}{\partial x^2} & \frac{\partial t_s}{\partial \tau} = a_s \frac{\partial^2 t_s}{\partial x^2} \\
 x > \xi & \frac{\partial C_l}{\partial \tau} = D \frac{\partial^2 C_l}{\partial x^2} & \frac{\partial t_l}{\partial \tau} = a_l \frac{\partial^2 t_l}{\partial x^2} \\
 x = \infty & C_l = C_p & t_l = t_p \\
 x = 0 & \frac{\partial C_s}{\partial x} = 0 & t_s = t_0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 x = \xi & \left\{ \begin{array}{l} C_{s0} - C_{l0} = f(C_{l0}) \\ D \frac{\partial C_l}{\partial x} - D_s \frac{\partial C_s}{\partial x} = (C_{s0} - C_{l0}) \frac{d\xi}{d\tau} \end{array} \right. \quad \lambda \frac{\partial t_l}{\partial x} + q_k \gamma \frac{d\xi}{d\tau} = \lambda_s \frac{\partial t_s}{\partial x} \\
 \tau = 0 & \begin{array}{ll} C_l = C_p & t_l = t_p \end{array}
 \end{array}$$

Функции $f(C_{l0})$ и $\varphi(C_{l0})$ при весьма малой скорости процесса могут определяться из равновесной диаграммы состояния. В остальных случаях должно учитываться соответствующее смещение кривых ликвидуса и солидуса.

Решение задачи

$$\xi = \beta \sqrt{\tau}, \tag{1}$$

$$C_s = C_{s0}, \tag{2}$$

$$0 < x < \xi \left\{ \begin{array}{l} t_s - t_0 = \frac{t - \operatorname{erf} v X \sqrt{\frac{a_l}{a_s}}}{1 - \operatorname{erf} v} \end{array} \right. \tag{3}$$

$$x > \xi \left\{ \begin{aligned} \frac{C_p - C_l}{C_p - C_{10}} &= \frac{1 - \operatorname{erf} u X}{1 - \operatorname{erf} u}, \end{aligned} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{t_p - t_l}{t_p - t_k} &= \frac{1 - \operatorname{erf} v X}{1 - \operatorname{erf} v}, \end{aligned} \right. \quad (5)$$

где $u = \beta / 2 \sqrt{D}$, $v = \beta / 2 \sqrt{a_1}$, $X = x / \xi$.

Из крайних условий вытекают следующие уравнения, служащие для определения констант:

$$\frac{C_p - C_{10}}{C_{s0} - C_{10}} = \sqrt{\pi} u e^{u^2} (1 - \operatorname{erf} u), \quad (6)$$

$$\frac{t_p - t_k}{t_k - t_0} = \frac{b_s}{b_l} \frac{1 - \operatorname{erf} v}{\operatorname{erf} v} \frac{1 - e^{-v^2 \left(\frac{a_l}{a_s} - 1 \right)}}{\sqrt{\frac{a_l}{a_s}}}$$

$$- \frac{q_k}{c_l (t_k - t_0)} \sqrt{\pi} v e^{v^2} (1 - \operatorname{erf} v), \quad (7)$$

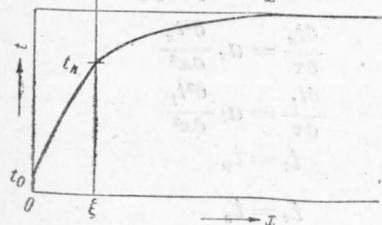
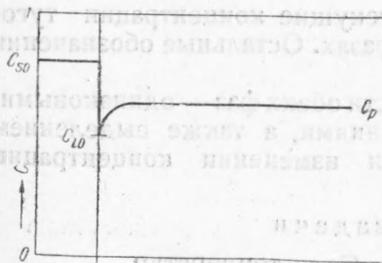
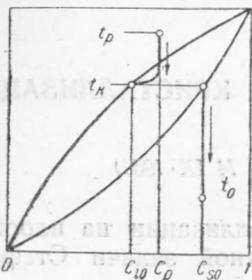


Рис. 1

$$t_k = \varphi(C_{10}), \quad (8)$$

$$C_{s0} - C_{10} = f(C_{10}), \quad (9)$$

где $b_s = \sqrt{\lambda_s c_s \gamma}$, $b_l = \sqrt{\lambda_l c_l \gamma}$, c_s и c_l — удельные теплоемкости фаз.

Если заданы t_p , C_p , t_0 и значения всех физических констант, то в результате совместного решения уравнений (6) — (9) определяются β , t_k , C_{10} , C_{s0} . Практически удобнее задавать t_p , C_p , β и определять C_{10} , C_{s0} , t_k , t_0 .

На рис. 1 показаны поля концентраций и температур для одного момента времени. Отмечаем, что значения t_k , C_{10} , C_{s0} сохраняют постоянное значение в течение всего процесса.

Каждый элемент расплава по мере приближения к нему фронта кристаллизации претерпевает изменение тем-

пературы (от t_p до t_k) и концентрации (от C_p до C_{10}). Таким образом, фигуративная точка расплава описывает на диаграмме состояния некоторую траекторию.

Для установления вида этой траектории были определены dt_l / dC_l при $x = \xi$ и $x = \infty$:

$$\frac{dt_l}{dC_l} = \frac{t_p - t_k}{C_p - C_{10}} \frac{D}{a_l} \frac{\sqrt{\pi} u e^{u^2 X^2} (1 - \operatorname{erf} u)}{\sqrt{\pi} v e^{v^2 X^2} (1 - \operatorname{erf} v)}; \quad (10)$$

$$x = \infty \left\{ \begin{aligned} \frac{D}{a_l} < 1 & \quad \frac{dt_l}{dC_l} = \infty, \end{aligned} \right. \quad (11)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{D}{a_l} > 1 & \quad \frac{dt_l}{dC_l} = 0; \end{aligned} \right. \quad (12)$$

Уравнение траектории фигуративной точки расплава

$$\frac{C_{s0} - C_l}{C_{s0} - C_{l0}} = \left(\frac{t_p - t_l}{t_p - t_k} \right)^{a_l / D} \quad \text{или} \quad \bar{C}_l = \bar{t}_l^{a_l / D}. \quad (20)$$

При $x = \xi$ получим, как и в предыдущем случае:

$$\left. \frac{dt_l}{dC_l} \right|_{x=\xi} = \frac{t_p - t_k}{C_p - C_{l0}} \frac{D}{a_l}. \quad (21)$$

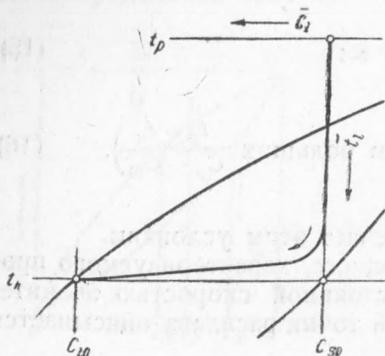


Рис. 2

Вид траектории показан на рис. 2.

Таким образом, устанавливается, что при кристаллизации бинарного сплава, осуществляемой путем отвода тепла через твердую фазу, у фронта кристаллизации образуется слой переохлажденного расплава, даже если расплав перегрет и даже если на границе фаз соблюдаются условия, вытекающие из равновесной диаграммы состояния.

Это переохлаждение целесообразно назвать „диффузионным“, поскольку оно возникает в результате диффузионного процесса, протекающего в слое расплава, примыкающего к фронту кристаллизации.

В переохлажденном слое при наличии соответствующих условий могут возникать кристаллы, что является одной из причин, а может быть, и главной причиной происхождения кристаллической равноосной структуры.

Изложенный анализ проведен для случая, когда сплав обладает непрерывным рядом твердых растворов. Нетрудно видеть, что полученные результаты справедливы и для случая, когда твердых растворов не образуется (т. е. когда $C_{s0} = 1,0$).

Вопрос об устойчивости разобранных процессов и условиях их реализации подлежит особому рассмотрению.

Центральный научно-исследовательский институт черной металлургии

Поступило
12 IX 1951