Доклады Академии Наук СССР
1951. Том LXXXI, № 4

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

В. А. ТАФТ

ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКИ С ЧЕБЫШЕВСКИМИ ПАРАМЕТРАМИ ДЛЯ ИСПРАВЛЕНИЯ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

(Представлено академиком А. В. Винтером 20 VIII 1951)

При коррекции амплитудно-частотных характеристик коэффициента передачи четырехполюсников часто возникает требование изменить величину амплитуды на конечном интервале частот $\omega_1 - \omega_2$, не меняя ее при всех остальных значениях частоты.

Осуществление такого исправления амплитудно-частотной характеристики удобно производить при помощи каскадного подключения k исправляющих четырехполюсников, соединенных каскадно либо через усилители, у каждого из которых коэффициент затухания равен некоторой постоянной величине на соответствующем интервале частоты $\omega_{1s} - \omega_{2s}$ $(s = 1, 2, \ldots, k)$ и тождественно равен нулю при всех других частотах. Четырехполюсник, обладающий подобной частотной характеристикой, можно по аналогии с идеальными фильтрами назвать „идеальным корректирующим четырехполюсником".

Для технических приложений не обязательно выполнение идеальных требований; достаточно, чтобы коэффициент передачи исправляющего четырехполюсника был близок к характеристике идеального корректирующего четырехполюсника. Практически наиболее рациональным приближением является наилучшее приближение в смысле Чебышева, поскольку при этом схема исправляющего четырехполюсника при заданном приближении к идеальным условиям будет содержать минимальное число элементов.

Функция, дающая наилучшее в смысле Чебышева приближение к характеристике идеального исправляющего четырехполюсника, для случая, когда интервал $\omega_1 - \omega_2$ совпадает с полосой запирания фильтра верхних частот, может быть построена на основе решения III или IV задачи Е. И. Золотарева ([1], [2]).

Действительно, если функция $\varphi(\omega)$ удовлетворяет условиям III задачи Е. И. Золотарева, то функция

$$\psi(\omega) = \frac{1}{B + H\,|\varphi(\omega)|^2}, \tag{1}$$

где B и H — соответствующим образом выбранные постоянные, наилучшим образом в смысле Чебышева приближается к частотной характеристике идеального исправляющего четырехполюсника для того частного случая, когда интервал частот $\omega_1 - \omega_2$ совпадает с полосой запирания фильтра верхних частот.

Для иллюстрации приближений, которые могут быть получены с помощью изложенного метода, а также характеристики их практической осуществимости на рис. 1 приведена кривая наилучшего приближения к идеальной характеристике исправляющего четырехполюсника для того частного случая, когда интервал $\omega_1 - \omega_2$ совпадает с полосой пропускания фильтра низкой частоты. Степень функции, соответствующей рис. 1, $n = 5$. Как видно из рис. 1, кривая наилучшего приближения имеет переходный интервал $a - b$, на котором функция принимает промежуточные значения между своими наибольшим и наименьшим значениями. Наличие подобного переходного интервала при исправлении характеристики легко может быть учтено.

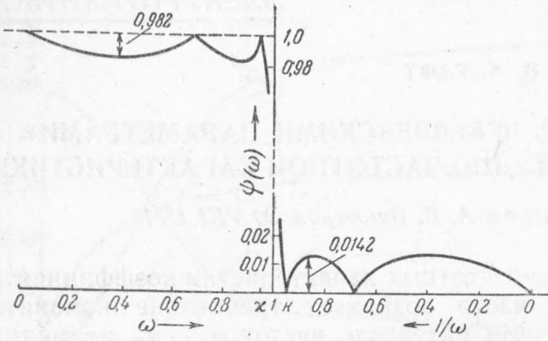

Рис. 1

Переход к более общему случаю, когда интервал $\omega_1 - \omega_2$, в котором коэффициент затухания не равен нулю, находится в произвольной части положительной оси частот, может быть проведен с помощью такого же частотного преобразования, с помощью которого осуществляется переход от фильтра верхних частот к другим фильтрам.

Функция, наилучшим образом приближающаяся к характеристике идеального исправляющего четырехполюсника, может быть также построена на основе решения IV задачи Е. И. Золотарева.

Если $\chi(\omega)$ — функция, удовлетворяющая условиям IV задачи Е. И. Золотарева, то функция $\varkappa(\Omega)$

$$\varkappa(\Omega) = [\chi(\Omega) + A]\, h, \tag{2a}$$

где

$$\Omega = \frac{c + d\omega}{a + b\omega}\,*, \tag{2б}$$

при соответствующем выборе A, h, b, a, c, d (постоянных величин) удовлетворяет условиям наилучшего приближения к частотной характеристике идеального исправляющего четырехполюсника для любых значений граничных частот Ω_1 и Ω_2.

Функция (2а) может быть физически осуществлена в виде коэффициента передачи тока диссипативного четырехполюсника, содержащего только элементы сопротивления R и C. В этом легко убедиться, если принять во внимание выражение для коэффициента передачи тока N

$$N = \frac{z_{22} + z_{\text{нагр}}}{2} = \frac{g_{1n}(\omega)}{f_{1n}(\omega)} = \frac{U_1}{U_2},$$

приравнять

$$\frac{1}{|N|^2} = \frac{U_2}{U_1} = \varkappa(\Omega)$$

и учесть условия осуществимости диссипативных функций [3,4] и выражение для функции $\chi(\omega)$ [1,2].

---

* Возможны и другие подстановки.

Решение IV задачи Е. И. Золотарева запишется в виде

$$\chi(\omega)=\frac{1}{M}\operatorname{sn}(u,k)\prod_{r=1}^{\left[\frac{n}{2}\right]}\frac{1+\dfrac{\operatorname{sn}^2(u,k)}{C_{2r}}}{1+\dfrac{\operatorname{sn}^2(u,k)}{C_{2r-1}}},\quad \omega=\operatorname{sn}(u,k),\tag{3}$$

где

$$C_r=\frac{\operatorname{sn}^2\left(\dfrac{rK'}{n};\,k'\right)}{\operatorname{cn}\left(\dfrac{rK'}{n};\,k'\right)},$$

т. е. функция $\chi(\omega)$ удовлетворяет условиям физической осуществимости в виде квадрата модуля входного сопротивления двухполюсника или коэффициента передачи тока (или напряжения) четырехполюсника, содержащих только элементы R и C. Соответственно, функция

$$|N|^2=\frac{1}{\varkappa(\omega)}=\frac{1}{h\,[\chi(\omega)+A]}=$$

$$=\frac{M\prod\limits_{r=1}^{\left[\frac{n}{2}\right]}\left(1+\dfrac{\omega^2}{C_{2r-1}}\right)}{\omega\prod\limits_{r=1}^{\left[\frac{n}{2}\right]}\left(1+\dfrac{\omega^2}{C_{2r}}\right)+MA\prod\limits_{r=1}^{\left[\frac{n}{2}\right]}\left(1+\dfrac{\omega^2}{C_{2r-1}}\right)}=\frac{|g_{1n}(\omega)|^2}{|f_{1n}(\omega)|^2}\tag{4}$$

может быть физически осуществлена в виде четырехполюсника с нагрузкой, содержащего только элементы R и C. Отношение $|U_2/U_1|$ для этого четырехполюсника будет наилучшим образом приближаться к характеристике идеального четырехполюсника.

Физическое осуществление функции N при известном полном сопротивлении нагрузки $Z_{\text{нагр}}$ может быть проведено следующим образом:

1) числитель и знаменатель (4) умножаем на дробно-рациональную функцию $F(\omega)$, корни которой совпадают с полюсами $Z_{\text{нагр}}$, а нули подбираются таким образом, чтобы удовлетворялось условие перемежаемости нулей и полюсов в произведении

$$g_{1n}F(\omega)=Z_{22}+Z_{\text{нагр}}.\tag{5}$$

2) Разлагаем левую и правую части (5) на простые дроби и находим коэффициенты $k_{22}^{(\nu)}$ разложения на простые дроби полного сопротивления Z_{22}.

3) Разлагая на простые дроби произведение $f_{1n}F(\omega)$, находим коэффициенты разложения $k_{12}^{(\nu)}$ полного сопротивления Z_{12}.

4) Приняв $Z_{11}=Z_{22}$ (симметричный четырехполюсник), по известным Z_{11}, Z_{22}, Z_{12} строим четырехполюсник (4) *.

---

* Следует заметить, что аналогичным образом функция (4) может быть физически осуществлена и из элементов R, L. Путем каскадного соединения через усилители четырехполюсников, построенных из элементов R, L и R, C, можно получить заданную амплитудно-фазовую характеристику на конечном интервале частоты при минимальном искажении фазо-частотной характеристики. При этом четырехполюсник должен быть выполнен как симметричный, так как построение несимметричного четырехполюсника приводит к необходимости использования идеальных трансформаторов.

Частотное преобразование (2б) может быть физически осуществлено путем замены емкостей двухполюсниками, содержащими емкость и сопротивление.

Диссипативные четырехполюсники с подобного рода частотными характеристиками часто могут с успехом заменять реактансные фильтры. Их применение рационально в тех случаях, когда применение индуктивностей затруднительно в связи с невозможностью обеспечить необходимую дробность. Это в особенности относится к области низких частот. Электромеханические и механические аналоги этих четырехполюсников могут найти применение в схемах регулирования хода машин.

Поступило
20 II 1951

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Е. И. Золотарев, Полн. собр. соч., 2, изд. АН СССР, 1932. [2] Н. И. Ахиезер, Элементы теории эллиптических функций, 1948. [3] В. А. Тафт, Изв. АН СССР, ОТН, № 6 (1950). [4] В. А. Тафт, Изв. АН СССР, ОТН, № 2 (1949). [5] В. А. Тафт, Изв. АН СССР, ОТН, № 3 (1950).