Доклады Академии Наук СССР
1951. Том LXXXI, № 1

ФИЗИКА

С. В. ТЯБЛИКОВ

ВОЗБУЖДЕННЫЕ СОСТОЯНИЯ ЧАСТИЦЫ В ПОЛЕ

(Представлено академиком Н. М. Крыловым 7 IX 1951)

При взаимодействии частицы с квантовым полем величины, ее характеризующие, меняются по сравнению с таковыми для «свободной» частицы, так, например, появляется полевая добавка к массе и т. д. В тех случаях, когда взаимодействие частицы с полем иельзя рассматривать как малое возмущение, естественно ожидать, что его влияние может существенно изменить свойства частицы и что при этом полевые «добавки» могут перевесить значения соответствующих величин для свободной частицы. Известно, например, что в случае так называемой адиабатической связи эффективная масса частицы может превысить массу свободной частицы в несколько десятков или даже сотен раз ([1-3]).

Ниже мы рассмотрим вопрос о возбужденных состояниях частицы в поле, причем для простоты возьмем бесспиновую частицу в скалярном поле для случая адиабатической связи ([2]):

$$H = \frac{p^2}{2\mu} + \sum A_f e^{i(f,r)} q_f + \frac{1}{2} \sum E(f)(q_{-f} q_f + \varepsilon^4 p_{-f} p_f), \tag{1}$$
$$q_{-f} = \overset{+}{q}_f,$$

где μ — масса частицы; r, p — ее канонически сопряженные операторы координаты и импульса; q_f, p_f — канонически сопряженные координаты и импульсы осцилляторов поля; $E(f)$ — энергия f-го осциллятора, ε — малый параметр.

Ввиду невозможности исследования оператора (1) в общем виде произведем преобразование переменных, которое позволило бы искать собственные значения и собственные функции оператора в виде разложения по степеням малого параметра ε. Предположим теперь, что оператор (1) инвариантен по отношению к группе трансляций и группе вращений. Замечая, что полный импульс P системы, описываемой гамильтонианом (1), сохраняется, естественно считать, что H инвариантен по отношению к вращениям вокруг оси, совпадающей по направлению с P. Условимся дальше считать, что вектор P направлен по оси z. Произведем в соответствии с этим замену переменных:

$$q_f = \left(u_{D_\varphi^{-1} f} + \varepsilon Q_{D_\varphi^{-1} f}\right) e^{-i(f,q)}, \quad \mathbf{r} = \mathbf{q} + D_\varphi \vec{\lambda}, \tag{2}$$

где Q_f — координаты новых осцилляторов поля; q — координата, описывающая трансляционное движение частицы; λ описывает флуктуационные отклонения координаты частицы от ее среднего значения q, происходящие из-за взаимодействия частицы с осцилляторами поля, D_φ — оператор поворота вокруг оси z на угол φ.

Так как новых переменных $\{q, \lambda, Q_f, \varphi\}$ на четыре больше, чем старых $\{r, q_f\}$, то наложим на первые четыре условия связи, которые возьмем в виде:

$$\sum_{(f)} \overset{*}{v}{}_f^\alpha Q_f = 0 \qquad (\alpha = 1, 2, 3, 4); \tag{3}$$

v_f^α, u_f^α — некоторые пока неизвестные функции, удовлетворяющие условиям ортогональности

$$\begin{gathered} \sum_{(f)} \overset{*}{v}{}_f^\alpha u_f^\alpha = \delta_{\alpha\beta}; \quad u_f^\alpha = f^\alpha u_f \quad (\alpha = 1, 2, 3); \\ u_f^{(1)} = I_z u_f; \quad I_z = f^y \frac{\partial}{\partial f^x} - f^x \frac{\partial}{\partial f^y}. \end{gathered} \tag{4}$$

После замены переменных (2), (3) H с точностью до членов порядка ε включительно можно записать в виде:

$$H = H_0 + \varepsilon H_1,$$

где

$$H_0 = \frac{p_\lambda^2}{2\mu} + \sum A_f e^{i(f\lambda)} \overset{*}{u}_f + \frac{1}{2} \sum E(f) \overset{*}{u}_f u_f +$$

$$+ \frac{1}{2} \sum \frac{1}{E(f)} \left[-i\hbar (v, f) u_f - \hbar M u_f^{(1)} \right] \left[i\hbar (v, f) \overset{*}{u}_f - \hbar M \overset{*}{u}{}_f^{(1)} \right];$$

$$H_1 = \sum \{ A_f e^{i(f\lambda)} + E(f) \overset{*}{u}_f \} Q_f +$$

$$+ \sum \left[-i\hbar (v, f) u_f - \hbar M u_f^{(4)} \right] \Big\{ p'_f - \overset{*}{v}_f \sum \frac{(f, g)}{E(g)} \left[i\hbar (v, g) \overset{*}{u}_g - \hbar M \overset{*}{u}{}_g^{(4)} \right] Q_g -$$

$$- \overset{*}{v}{}_f^{(4)} \sum \frac{Q_g}{E(g)} I_z \left[i\hbar (v, g) \overset{*}{u}_g - \hbar M \overset{*}{u}{}_g^{(4)} \right] \Big\}; \tag{5}$$

$$p'_f = -i \Big(\frac{\partial}{\partial Q_f} - \sum_{(\alpha, g)} \overset{*}{v}{}_f^\alpha u_g^\alpha \frac{\partial}{\partial Q_g} \Big); \quad p_\lambda^\beta = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \lambda^\beta} \quad (\beta = 1, 2, 3).$$

Величины v, M связаны с операторами $J = -\varepsilon^2 i\hbar \frac{\partial}{\partial q}$ и $I = -\varepsilon^2 i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi}$ посредством соотношений:

$$\begin{gathered} \mathbf{J} = \sum \mathbf{f} (v, f) \frac{|u_f|^2}{E(f)} - iM \sum \mathbf{f} \frac{u_f^{(1)} \overset{*}{u}_f}{E(f)}, \\ I = i \sum (v, f) \frac{u_f \overset{*}{u}{}_f^{(1)}}{E(f)} + M \sum \frac{|u_f^{(1)}|^2}{E(f)}. \end{gathered} \tag{6}$$

Заметим, что в нашей задаче J, I можно рассматривать как c-числа, так так оператор H не зависит от переменных q, φ. Требуя далее, чтобы собственные значения H не зависели от координат, получаем уравнение для определения оставшихся пока неизвестными функций u_f, которое решается в цилиндрических координатах:

$$u_f = -\frac{\overset{*}{A}_f e^{im\varphi}\int e^{-i(f,\lambda)}|\varphi_n(\lambda)|^2 d\lambda}{E(f) - \frac{\hbar^2}{E(f)}[(v, f)^2 + M^2m^2]} \qquad (m = 0, 1, 2, \ldots),$$

где $\varphi_n(\lambda)$ — собственная функция оператора H_0:

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta_\lambda + \sum A_f e^{i(f,\lambda)}\overset{*}{u}_f - W_n\right\}\varphi_n(\lambda) = 0.$$

После этого легко получить выражение для энергии системы

$$E = W_n + \frac{1}{2}\sum E(f)|u_f|^2\left\{1 + \hbar^2\frac{(v, f)^2 + m^2M^2}{E^2(f)}\right\}.$$

Считая v и M малыми, можем записать до членов второго порядка:

$$E \cong W_n^0 + \frac{1}{2}\sum E(f)|u_f^0|^2 + \frac{\mu_e v^2}{2} + \frac{AM^2}{2};$$
$$\mu_e = \frac{\hbar^2}{\varepsilon^4}\sum_{(f)} f_z^2\frac{|u_f^0|^2}{E(f)}; \quad A = \frac{\hbar^2m^2}{\varepsilon^4}\sum\frac{|u_f^0|^2}{E(f)}. \tag{7}$$

Здесь через u_f^0, W_n^0 обозначены u_f, W_n при $v = 0$, $M = 0$. Величины v, M можно интерпретировать как средние значения скорости трансляционного движения и как бы «вращения вокруг оси z», поскольку для них имеют место соотношения:

$$v^\alpha = \frac{\partial E}{\partial J^\alpha}, \quad M = \frac{\partial E}{\partial I} \quad (\alpha = 1, 2, 3), \tag{8}$$

а μ_e и A интерпретировать как эффективную массу и эффективный момент инерции, соответственно.

Из изложенного следует, что при сильной связи частицы с полем у нее появляется эффективная масса μ_e полевого происхождения, которая, как отмечалось ранее, может значительно отличаться от массы μ частицы, не взаимодействующей с полем. Кроме того, при сильной связи с полем частица может переходить в возбужденные состояния, что сопровождается появлением у частицы момента чисто полевого происхождения.

В заключение автор пользуется случаем выразить свою благодарность Н. Н. Боголюбову за обсуждение работы и ряд ценных указаний.

Математический институт
им. В. А. Стеклова
Академии наук СССР

Поступило
15 VIII 1951

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Н. Н. Боголюбов, Укр. матем. журн., 2, 3 (1950). [2] С. В. Тябликов, ЖЭТФ, 21, 377 (1951). [3] Л. Д. Ландау и С. И. Пекар, ЖЭТФ, 18, 419 (1948).