

$$\begin{aligned} & \left((p-q)^2 - m^2 \right) x_1 + \left((p'-q)^2 - m^2 \right) x_2 + q^2 x_3 = \\ & = q^2 - 2q \cdot (p x_1 + p' x_2) + p^2 x_1 + p'^2 x_2 - m^2 (x_1 + x_2). \end{aligned} \quad (6)$$

Подстановка (6) в выражение (4) с последующим интегрированием по переменной x_3 приводит к

$$\begin{aligned} I^\mu &= \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \int_0^1 dx_3 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{2 \delta(x_1 + x_2 + x_3 - 1) N^\mu(p', p, q, m)}{\left(\left((p-q)^2 - m^2 \right) x_1 + \left((p'-q)^2 - m^2 \right) x_2 + q^2 x_3 \right)^3} = \\ &= \int_0^1 dx_1 \int_0^{1-x_1} dx_2 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{2 N^\mu(p', p, q, m)}{\left(q^2 - 2q \cdot (p x_1 + p' x_2) + p^2 x_1 + p'^2 x_2 - m^2 (x_1 + x_2) \right)^3}. \end{aligned} \quad (7)$$

Дальнейшие вычисления выражения (7) связаны с поворотом Вика [5] и переходу к размерности пространства-времени $d = 4 - \varepsilon$. Указанные расчеты достаточно громоздки, поэтому перечисленные расчеты ниже проводиться не будут.

Заключение. В работе проведены предварительные вычисления петлевого интеграла для однопетлевой вершинной функции квантовой электродинамики. В ходе работы авторами продемонстрирована методика использования параметризации Фейнмана объединения нескольких знаменателей в один. Полученные в работе выражения используются для расчета аномального магнитного момента электрона, а также других прикладных расчетов квантовой электродинамики.

Литература

1. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика : в 10 т. : Т. 4 : Квантовая электродинамика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц // 3-е изд. испр. – М. : Наука, 1989. – 728 с.
2. Пескин, М. Введение в квантовую теорию поля / М. Пескин, Д. Шредер. – Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 784 с.
3. Romao, J. C. Modern techniques for one-loop calculation / J. C. Romao – Departamento de Fisica, Instituto Superior Tecnico, Portugal, 2004. – 81 p.
4. Владимиров, В. С. Уравнения математической физики / В. С. Владимиров. – М. : Наука, 1967. – 436 с.
5. Казаков, Д. И. Радиационные поправки, расходимости, регуляризация / Д. И. Казаков. – Дубна : ОИЯИ, 2008. – 93 с.

А. Д. Тамков

(ГГТУ имени П. О. Сухого, Гомель)

Науч. рук. **В. Ю. Гавриш**, канд. физ.-мат. наук, доцент

РАСЧЕТ СПИНОРНОЙ ЧАСТИ ОДНОПЕТЛЕВОЙ ВЕРШИННОЙ ФУНКЦИИ КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Введение. Известно, что квантовая электродинамика успешно описывает взаимодействие фотонов с электронами (позитронами) [1–3]. Помимо известных задач о комптоновском рассеянии, рассеянии Баба и Меллера нетривиальными являются вычисления петлевых поправок. Из многообразия важной представляется задача о расчете аномального магнитного момента электрона.

Работа носит методический характер. Авторами проведены предварительные вычисления свертки матриц Дирака для вершинной функции с использованием перехода к пространству-времени размерности $d = 4 - \varepsilon$. Полученные в работе выражения используются при расчете радиационных поправок для однопетлевой вершинной функции квантовой электродинамики.

Диаграмма Фейнмана однопетлевой вершинной функции. Однопетлевая диаграмма рассеяния электрона во внешнем электромагнитном поле в простейшем случае представлена на рисунке 1.

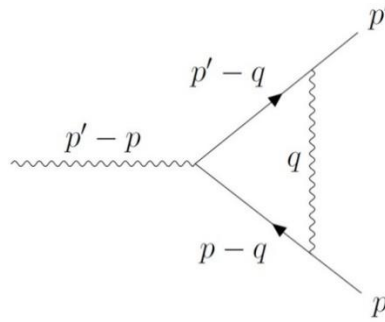


Рисунок 1 – Однопетлевая диаграмма вершинной функции

С использованием правила Фейнмана [2] матричный элемент, соответствующий рисунку 1, примет следующий вид

$$\begin{aligned}
 & -ie \bar{u}(p', m) \Gamma^\mu u(p, m) = \\
 & = (-ie)^3 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \bar{u}(p', m) \gamma^\nu \frac{i(\hat{p}' - \hat{q} + m)}{(p' - q)^2 - m^2} \gamma^\mu \frac{i(\hat{p} - \hat{q} + m)}{(p - q)^2 - m^2} \gamma^\rho \frac{-ig_{\nu\rho}}{q^2} u(p, m),
 \end{aligned} \tag{1}$$

где m – масса электрона с зарядом e .

В выражении (1) также использованы обозначения четыре импульса фермиона (электрона) p' и p конечном и начальном состоянии соответственно. Вычисления выражения (1) достаточно объемны, поэтому ниже проведем некоторые упрощения γ – матриц Дирака.

Расчет числителя петлевого интеграла. Промежуточные расчеты числителя выражения (1) проведем с использованием перехода к пространству-времени размерности $d = 4 - \varepsilon$. В таком случае изучаемый интеграл примет вид

$$-ie^3 \mu^{4-d} \int \frac{d^d q}{(2\pi)^d} \gamma^\nu \frac{i(\hat{p}' - \hat{q} + m)}{(p' - q)^2 - m^2} \gamma^\mu \frac{i(\hat{p} - \hat{q} + m)}{(p - q)^2 - m^2} \gamma^\rho \frac{-ig_{\nu\rho}}{q^2}, \tag{2}$$

где параметр μ введен для сохранения размерности [3]. Проводя некоторые расчеты из выражения (2), получаем

$$-ie^3 \mu^{4-d} \int \frac{d^d q}{(2\pi)^d} \frac{\gamma^\nu (\hat{p}' - \hat{q} + m) \gamma^\mu (\hat{p} - \hat{q} + m) \gamma_\nu}{((p' - q)^2 - m^2)((p - q)^2 - m^2)q^2}, \tag{3}$$

числитель которого упростим ниже с использованием тождеств для матриц Дирака [4]

$$\begin{aligned}\gamma^\nu \gamma_\nu &= d, \quad \gamma^\nu \gamma^\mu \gamma_\nu = \gamma^\mu (2-d), \quad \gamma^\nu \gamma^\mu \gamma^\rho \gamma_\nu = 4g^{\mu\rho} + (d-4) \gamma^\mu \gamma^\rho, \\ \gamma^\nu \gamma^\mu \gamma^\rho \gamma^\sigma \gamma_\nu &= (4-d) \gamma^\mu \gamma^\rho \gamma^\sigma - 2\gamma^\sigma \gamma^\rho \gamma^\mu.\end{aligned}\tag{4}$$

Расчеты приводят к

$$\begin{aligned}& \gamma^\nu (\hat{p}' - \hat{q} + m) \gamma^\mu (\hat{p} - \hat{q} + m) \gamma_\nu = \\ &= (\gamma^\nu \hat{p}' - \gamma^\nu \hat{q} + \gamma^\nu m) (\gamma^\mu \hat{p} \gamma_\nu - \gamma^\mu \hat{q} \gamma_\nu + \gamma^\mu \gamma_\nu m) = \\ &= \gamma^\nu \hat{p}' \gamma^\mu \hat{p} \gamma_\nu - \gamma^\nu \hat{p}' \gamma^\mu \hat{q} \gamma_\nu + \gamma^\nu \hat{p}' \gamma^\mu \gamma_\nu m - \gamma^\nu \hat{q} \gamma^\mu \hat{p} \gamma_\nu + \gamma^\nu \hat{q} \gamma^\mu \hat{q} \gamma_\nu - \\ & - \gamma^\nu \hat{q} \gamma^\mu \gamma_\nu m + \gamma^\nu \gamma^\mu \hat{p} \gamma_\nu m - \gamma^\nu \gamma^\mu \hat{q} \gamma_\nu m + \gamma^\nu \gamma^\mu \gamma_\nu m^2.\end{aligned}\tag{5}$$

Подробные вычисления выражения (5) с учетом соотношений (4) достаточно объемны. В качестве примера приведем расчет некоторых слагаемых с пятью, четырьмя и тремя γ -матрицами соответственно:

$$\begin{aligned}\gamma^\nu \hat{p}' \gamma^\mu \hat{p} \gamma_\nu &= (4-d) \hat{p}' \gamma^\mu \hat{p} - 2 \hat{p} \gamma^\mu \hat{p}', \\ \gamma^\nu \hat{q} \gamma^\mu \gamma_\nu &= 4q^\mu + (d-4) \hat{q} \gamma^\mu, \quad \gamma^\nu \gamma^\mu \gamma_\nu m^2 = \gamma^\mu (2-d) m^2.\end{aligned}\tag{6}$$

После некоторых выкладок, аналогичным с соотношениями (6), из выражения (5) окончательно получаем [4]:

$$\begin{aligned}& \gamma^\nu (\hat{p}' - \hat{q} + m) \gamma^\mu (\hat{p} - \hat{q} + m) \gamma_\nu = (4-d) \hat{p}' \gamma^\mu \hat{p} - 2 \hat{p} \gamma^\mu \hat{p}' - \\ & - ((4-d) \hat{p}' \gamma^\mu \hat{q} - 2 \hat{q} \gamma^\mu \hat{p}') + (4p'^\mu + (d-4) \hat{p}' \gamma^\mu) m - \\ & - ((4-d) \hat{q} \gamma^\mu \hat{p} - 2 \hat{p} \gamma^\mu \hat{q}) + (4-2d) q^\mu \hat{q} + (d-2) q^2 \gamma^\mu - \\ & - (4q^\mu + (d-4) \hat{q} \gamma^\mu) m + (4p^\mu + (d-4) \gamma^\mu \hat{p}) m - \\ & - (4q^\mu + (d-4) \gamma^\mu \hat{q}) m + \gamma^\mu (2-d) m^2.\end{aligned}\tag{7}$$

Анализ выражения (7) показывает, что часть слагаемых соответствует величине переданному импульсу фермиону $p' - p$, матричная структура которых пропорциональна антисимметричному тензору $\sigma^{\mu\nu} = i/2 (\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu)$.

Дальнейшие вычисления выражений (3)–(7) связаны с подстановкой $d = 4 - \varepsilon$ и вычислению интеграла с использованием параметризации Фейнмана, однако указанная процедура достаточно громоздка.

Заключение. В работе проведены предварительные расчеты однопетлевой вершинной функции квантовой электродинамики. В ходе работы авторами показано, что

использование алгебры γ – матриц Дирака в пространстве-времени размерности d приводит к выражениям, пропорциональным антисимметричному тензору $\sigma^{\mu\nu}$. Расчет последних связан с тождеством Гордона, Дираковскими форм-факторами F_1 , F_2 и последующим вычислением аномального магнитного момента электрона.

Литература

1. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика : в 10 т. : Т. 4 Квантовая электродинамика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц // 3-е изд. испр. – М. : Наука, 1989. – 728 с.
2. Пескин, М. Введение в квантовую теорию поля / М. Пескин, Д. Шредер // Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 784 с.
3. Romao, J. C., Modern techniques for one-loop calculation / Romao, J. C. – Departamento de Fisica, Instituto Superior Tecnico, Portugal, 2004. – 81 p.
4. Grozin, A. Lectures on QED and QCD: partial calculation and renormalization of one- and multi-loop Feynman diagrams / A. Grozin // World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2007. – 236 p.

Л. А. Тозик, А. С. Пилипейко

(МГПУ имени И. П. Шамякина, Мозырь)

Науч. рук. **Г. В. Кулак**, д-р физ.-мат. наук, профессор

КОЛЛИНЕАРНОЕ АУСТООПТИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В АПОДИЗИРОВАННЫХ МЕТАМАТЕРИАЛАХ

При распространении в упругой среде сдвиговой ультразвуковой (УЗ) волны, возникают локальные изменения объемов среды, не приводящие к локальным изменениям концентрации наночастиц среды. При этом имеет место изменение диэлектрической проницаемости материала, то есть его показателя преломления. Данный эффект имеет место для включений в матрицу материала наночастиц, например, эллипсоидальной формы [1]. Схема коллинеарного акустооптического (АО) взаимодействия в аподизированном метаматериале представлена на рисунке 1.

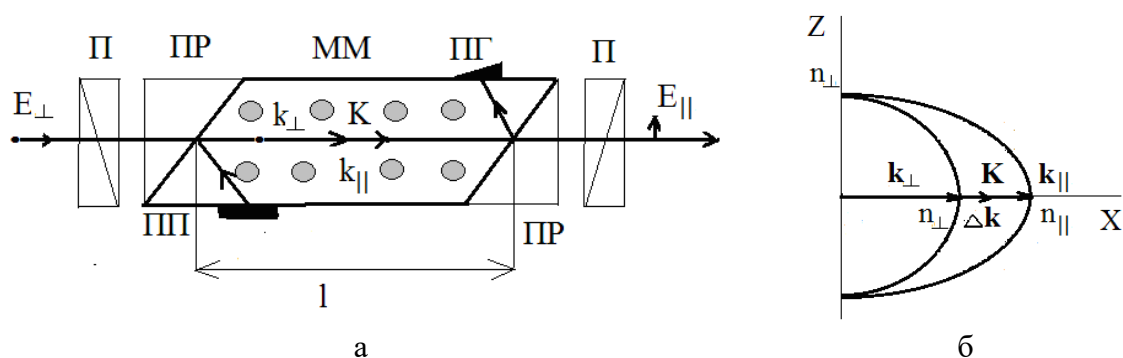


Рисунок 1 – а – схема квазиколлинеарной АО дифракции в метаматериале на сдвиговой SZ- УЗ волне (П(А) – поляризатор (анализатор), ПР – призма, ПП – пьезопреобразователь, ПГ – поглотитель, ММ – метаматериал, l – длина АО взаимодействия); б – диаграмма волновых векторов падающего (ТЕ) и дифрагированного (ТМ) света при заданной частоте (f_s) ультразвука и длине волны (λ) света