

Таким образом, зная эти основные элементы (UDP-сокеты, функции `sendto()` и `recvfrom()`), можно создавать клиент-серверные приложения, где скорость и низкая задержка важнее надежности. Главное преимущество UDP – это минимальные накладные расходы и отсутствие задержек на установку соединения, а главная сложность – необходимость самостоятельно обрабатывать потерю пакетов, порядок доставки и целостность данных.

Литература

1. Stevens, W. R. UNIX Network Programming / W. R. Stevens, B. Fenner, A. M. Rudoff. – Boston : Addison Wesley. – 2003. – 1024 p.
2. Wireshark UDP Tutorials [Electronic resource]. – Mode of access: <https://www.wireshark.org/#learnWS/>. – Date of access: 06.04.2025.

А. Д. Тамков

(ГГТУ имени П. О. Сухого, Гомель)

Науч. рук. **В. Ю. Гавриш**, канд. физ.-мат. наук, доцент

ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ ФЕЙНМАНА ОДНОПЕТЛЕВОЙ ВЕРШИННОЙ ФУНКЦИИ КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Введение. Вычисление квантово-полевых амплитуд в высших порядках теории возмущений является нетривиальной задачей. Помимо непосредственных расчетов с использованием алгебры матриц Дирака важным представляется расчет петлевых интегралов по относительно импульсу. Из многообразия задач, сводящихся к подобным расчетам, выделим задачу о вычислении аномального магнитного момента электрона.

Работа носит методический характер: приведены соотношения для параметризации Фейнмана с последующим использованием для предварительных расчетов петлевого интеграла. Результаты работы могут быть использованы при расчетах аномального магнитного момента электрона, а также других прикладных расчетов квантовой электродинамики.

Диаграмма Фейнмана однопетлевой вершинной функции. Однопетлевая диаграмма в простейшем случае представлена на рисунке 1.

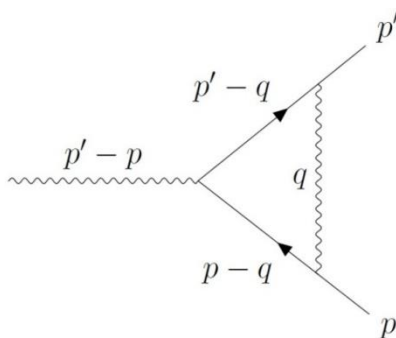


Рисунок 1 – Однопетлевая диаграмма вершинной функции

Соответствующий рисунку 1 петлевой интеграл запишется в виде:

$$I^\mu = \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \gamma^\nu \frac{i(\hat{p}' - \hat{q} + m)}{(p' - q)^2 - m^2} \gamma^\mu \frac{i(\hat{p} - \hat{q} + m)}{(p - q)^2 - m^2} \gamma^\rho \frac{-ig_{\nu\rho}}{q^2}. \quad (1)$$

В выражении (1) использованы обозначения для импульса фермиона (электрона) p' и p в конечном и начальном состоянии соответственно; также определена масса фермиона m и использовано обозначение свертки 4-вектора с γ -матрицами Дирака $\hat{p} = \gamma^\mu p_\mu$. В работе зададимся целью провести подготовительные расчеты с использованием параметризации Фейнмана [2]

$$\frac{1}{A_1 A_2 A_3 \dots A_n} = \int dx_1 \dots dx_n \delta\left(\sum_{i=1}^n x_i - 1\right) \frac{(n-1)!}{\left[\sum_{i=1}^n x_i a_i\right]^n}, \quad (2)$$

в которой использована δ -функции Дирака. В случае двух и трех множителей A_i выражение (2) примет вид

$$\begin{aligned} \frac{1}{A_1 A_2} &= \int_0^1 dx \frac{1}{[A_1 x + (1-x) A_2]^2}, \\ \frac{1}{A_1 A_2 A_3} &= \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \int_0^1 dx_3 \frac{2\delta(x_1 + x_2 + x_3 - 1)}{[A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3]^3} \end{aligned} \quad (3)$$

тождественность которых устанавливается непосредственным интегрированием с использованием свойств δ -функции Дирака [4]. Ниже проведем предварительные расчеты интеграла (1) с использованием выражений (2)–(3).

Параметризация Фейнмана для однопетлевой вершинной функции. С использованием выражения (3) преобразуем знаменатель интеграла (1):

$$\begin{aligned} I^\mu &= \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{N^\mu(p', p, q, m)}{\left((p' - q)^2 - m^2\right) \left((p - q)^2 - m^2\right) q^2} \rightarrow \\ &\int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \int_0^1 dx_3 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{2 \delta(x_1 + x_2 + x_3 - 1) N^\mu(p', p, q, m)}{\left(\left((p - q)^2 - m^2\right) x_1 + \left((p' - q)^2 - m^2\right) x_2 + q^2 x_3\right)^3}. \end{aligned} \quad (4)$$

В выражении (4) для краткости использовано обозначение

$$N^\mu(p', p, q, m) = \gamma^\nu (\hat{p}' - \hat{q} + m) \gamma^\mu (\hat{p} - \hat{q} + m).$$

Ниже проведем некоторые упрощения знаменателя выражения (4). Нетрудно установить, что

$$\begin{aligned} &\left(\left((p - q)^2 - m^2\right) x_1 + \left((p' - q)^2 - m^2\right) x_2 + q^2 x_3\right) = \\ &= q^2 (x_1 + x_2 + x_3) - 2q \cdot (p x_1 + p' x_2) + p^2 x_1 + p'^2 x_2 - m^2 (x_1 + x_2). \end{aligned} \quad (5)$$

С учетом того, что $x_1 + x_2 + x_3 = 1$ из (5) окончательно получаем

$$\begin{aligned} & \left((p-q)^2 - m^2 \right) x_1 + \left((p'-q)^2 - m^2 \right) x_2 + q^2 x_3 = \\ & = q^2 - 2q \cdot (p x_1 + p' x_2) + p^2 x_1 + p'^2 x_2 - m^2 (x_1 + x_2). \end{aligned} \quad (6)$$

Подстановка (6) в выражение (4) с последующим интегрированием по переменной x_3 приводит к

$$\begin{aligned} I^\mu &= \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \int_0^1 dx_3 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{2 \delta(x_1 + x_2 + x_3 - 1) N^\mu(p', p, q, m)}{\left(\left((p-q)^2 - m^2 \right) x_1 + \left((p'-q)^2 - m^2 \right) x_2 + q^2 x_3 \right)^3} = \\ &= \int_0^1 dx_1 \int_0^{1-x_1} dx_2 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{2 N^\mu(p', p, q, m)}{\left(q^2 - 2q \cdot (p x_1 + p' x_2) + p^2 x_1 + p'^2 x_2 - m^2 (x_1 + x_2) \right)^3}. \end{aligned} \quad (7)$$

Дальнейшие вычисления выражения (7) связаны с поворотом Вика [5] и переходу к размерности пространства-времени $d = 4 - \varepsilon$. Указанные расчеты достаточно громоздки, поэтому перечисленные расчеты ниже проводиться не будут.

Заключение. В работе проведены предварительные вычисления петлевого интеграла для однопетлевой вершинной функции квантовой электродинамики. В ходе работы авторами продемонстрирована методика использования параметризации Фейнмана объединения нескольких знаменателей в один. Полученные в работе выражения используются для расчета аномального магнитного момента электрона, а также других прикладных расчетов квантовой электродинамики.

Литература

1. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика : в 10 т. : Т. 4 : Квантовая электродинамика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц // 3-е изд. испр. – М. : Наука, 1989. – 728 с.
2. Пескин, М. Введение в квантовую теорию поля / М. Пескин, Д. Шредер. – Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 784 с.
3. Romao, J. C. Modern techniques for one-loop calculation / J. C. Romao – Departamento de Fisica, Instituto Superior Tecnico, Portugal, 2004. – 81 p.
4. Владимиров, В. С. Уравнения математической физики / В. С. Владимиров. – М. : Наука, 1967. – 436 с.
5. Казаков, Д. И. Радиационные поправки, расходимости, регуляризация / Д. И. Казаков. – Дубна : ОИЯИ, 2008. – 93 с.

А. Д. Тамков

(ГГТУ имени П. О. Сухого, Гомель)

Науч. рук. **В. Ю. Гавриш**, канд. физ.-мат. наук, доцент

РАСЧЕТ СПИНОРНОЙ ЧАСТИ ОДНОПЕТЛЕВОЙ ВЕРШИННОЙ ФУНКЦИИ КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Введение. Известно, что квантовая электродинамика успешно описывает взаимодействие фотонов с электронами (позитронами) [1–3]. Помимо известных задач о комптоновском рассеянии, рассеянии Баба и Меллера нетривиальными являются вычисления петлевых поправок. Из многообразия важной представляется задача о расчете аномального магнитного момента электрона.