Доклады Академии Наук СССР
1951. Том LXXX, № 4

АСТРОНОМИЯ

Д. Д. ИВАНЕНКО, А. М. БРОДСКИЙ и Л. П. ГИНЗБУРГ

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ АСТРОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

(Представлено академиком В. Г. Фесенковым 4 VIII 1951)

Как известно, рассмотрение гравитационного поля Эйнштейна в линейном приближении может проводиться аналогично рассмотрению других волновых полей (см. например, [1]). В данной работе, продолжая эту аналогию, мы вводим понятия температуры и теплового излучения слабого гравитационного поля. Указанные представления применяются затем для выяснения вопросов устойчивости некоторых астрономических систем.

Пользуясь обычными методами, можно без труда показать, что плотность энергии теплового гравитационного излучения в термодинамически-равновесной замкнутой системе, включающей в качестве одной из составных частей слабое гравитационное поле, определяется, так же как и плотность энергии электромагнитного излучения, формулой:

$$u_{\rm I} = \frac{h}{\pi^2 c^3} \int \frac{\omega^3 d\omega}{C^{h\omega/kT} - 1}. \tag{1}$$

Полное совпадение численного коэффициента в формуле (1) с соответствующим коэффициентом закона Стефана — Больтцмана связано с тем обстоятельством, что у электромагнитных волн и у волн слабого гравитационного поля имеется равное число независимых поляризаций.

Введем для некоторой астрономической системы плотность энергии ньютоновского гравитационного поля, т. е., если пользоваться терминологией теории волновых полей, плотность энергии продольной статической части гравитационного поля. В случае наличия сферической симметрии можно показать, что эта величина равна на границе системы

$$u_{\rm II} = \frac{a\varkappa M^2}{8\pi R^4}, \tag{2}$$

где M — масса, R — радиус системы, $\varkappa$ — ньютоновская гравитационная постоянная, a — множитель, определяющий распределение массы в системе и имеющий, как правило, величину порядка единицы.

Пусть имеется некоторая астрономическая система, находящаяся в равновесии и удовлетворяющая условиям того, что при рассмотрении гравитационного поля в этой системе можно ограничиваться линейным приближением [2].

Выбрав в искривленном пространстве геодезическую нормальную систему отсчета и поместив начало координат в центре рассматриваемой астрономической системы, мы можем в нашем приближении считать, что плотность энергии гравитационного поля аддитивно составляется из двух частей, относящихся, соответственно, к ньютоновскому полю и к введенному нами равновесному гравитационному излучению.

Заметим при этом, что гравитационные волны не могут удерживаться в большинстве реальных астрономических систем, так что их температура определяется свойствами не только самой системы, но и окружающих частей пространства.

Так как плотность энергии гравитационного поля является определенной мерой искривления пространства в данной точке, то можно предположить, что при условии $u_{\mathrm{I}} \leqslant u_{\mathrm{II}}$, что согласно (2) и (3) равносильно

$$R \geqslant \frac{24\sqrt{M}}{T} \text{ см}, \qquad (3)$$

система будет неустойчивой. Как легко проверить, включение в критерий устойчивости какого-либо излучения другой природы, не влияющего на траектории частиц столь непосредственным образом, как гравитационные волны, не приведет, если ему приписывать ту же температуру T, к заметному изменению критерия (3)*.

Рассмотрим конкретные примеры. Подставим в (3) значение массы и радиуса нашей галактики. При этом оказывается, что знаку равенства отвечает критическое значение температуры, равное 3° К. Отметим, что как раз этой величине равна температура межзвездной пыли.

Подстановка в формулу (3) радиусов и масс диффузных и планетарных туманностей дает значения критических температур, колеблющиеся в незначительном интервале 0,1—10° К, в то время как величины подставляемых масс и радиусов резко меняются. Известные в настоящее время приближенные данные о массе и радиусе нашей метагалактики ([3]) приводят в этом случае к критической температуре того же порядка в 0,2° К.

Известный интерес представляет применение формулы ([3]) к солнечной системе и к планетам. При этом после подстановки наблюдаемых масс M и расстояний R до наиболее отдаленного из известных спутников получаются критические температуры, приведенные в табл. 1.

Таблица 1

Название	M в г	R в см	$T_{\text{крит.}}$ в °К
Солнце	$2 \cdot 10^{33}$	$5{,}9 \cdot 10^{14}$	1600
Юпитер	$1{,}9 \cdot 10^{30}$	$2{,}4 \cdot 10^{12}$	12200
Сатурн	$5{,}7 \cdot 10^{29}$	$1{,}3 \cdot 10^{12}$	13800
Нептун	$1{,}35 \cdot 10^{29}$	$2{,}1 \cdot 10^{11}$	42000
Уран	$8{,}7 \cdot 10^{28}$	$5{,}9 \cdot 10^{10}$	120000
Земля	$6 \cdot 10^{27}$	$3{,}8 \cdot 10^{10}$	49000
Марс	$6 \cdot 10^{26}$	$2{,}4 \cdot 10^{9}$	240000

Заметим, что согласно существующим теоретическим и эмпирическим данным ([4]) радиус солнечной системы не может намного отличаться от приведенного в табл. 1 расстояния от Солнца до Плутона.

* В тех случаях, когда из-за отсутствия полного термодинамического равновесия температура гравитационных волн много ниже температуры остальных составных частей некоторой системы, условие устойчивости будет определяться обычным образом посредством критериев, подобных известному условию неустойчивости Джинса.

Получающиеся критические температуры имеют порядок электронных температур газовых туманностей. Любопытно, что эти температуры монотонно растут с ростом масс, причем довольно точно выполняется соотношение:

$$T_{\text{кр}}^{8} R_{\text{кр}}^{3} = 10^{70} \text{ см}^{3} \cdot \text{градус}^{8}. \tag{4}$$

Исключая с помощью (4) из (3) температуру, можно получить соотношение

$$R = 1{,}8 \cdot 10^{-12} \; M^{4/5} \text{ см}, \tag{5}$$

связывающее эффективные границы системы с массой ее центрального тела (Солнце, Юпитер, Сатурн и т. д.).

Факт выполнения этого полутеоретического полуэмпирического соотношения связан, повидимому, с условиями образования солнечной системы. Плохо укладывается в формулу (5) лишь система спутников Урана, что заставляет сделать предположение о возможности существования у этой планеты еще неоткрытого шестого спутника на расстоянии, равном примерно $3 \div 4 \cdot 10^{11}$ см.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
21 VII 1951

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Д. Иваненко и А. Соколов, Классическая теория поля, М., 1949, стр. 419. [2] Д. Иваненко и А. Бродский, ДАН, 75, № 4 (1950). [3] П. П. Паренаго, Курс звездной астрономии, М., 1946. [4] А. Э. Гуревич и А. И. Лебединский, Изв. АН СССР, сер. физ., 14, № 6, 776 (1950).