

Академик И. И. АРТОБОЛЕВСКИЙ

МЕХАНИЗМ ДЛЯ РЕШЕНИЯ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ ВИДА

$$a_1x^2 + a_2x + a_3 = 0$$

1°. Механизм предназначен для решения квадратных уравнений вида

$$a_1x^2 + a_2x + a_3 = 0. \quad (1)$$

Механизм (см. рис. 1) состоит из неподвижной направляющей 1, по которой может двигаться поступательно звено 2 с траверсой $b-b$, образующей с направляющей 1 угол, равный 90° . Звено 3 вращается вокруг оси А. Вдоль оси Ас этого звена скользит ползун 4 с жестко связанной с ним траверсой $d-d$, образующей с осью Ас угол, равный 90° . Звено 4 входит во вращательную кинематическую пару с ползуном 5, который может скользить по направляющей 1.

2°. Для решения уравнения (1) необходимо на шкале, жестко связанной с направляющей 1, отложить вправо или влево от точки D отрезок DE, равный a_2/a_1 . Звено 2 жестко закрепляется на направляющей 1 так, чтобы траверса $b-b$ проходила через точку E. Перемещаем, далее, ползун 5 по направляющей 1 до тех пор, пока траверса $d-d$ звена 4 не отсечет на шкале, жестко связанной со звеном 2, отрезок EC, равный a_3/a_1 . Тогда отрезок DB будет численно равен одному из корней уравнения (1), например корню x_1 .

Для определения другого корня уравнения (1) находим второе положение механизма, при котором ползун 5 займет положение 5', а траверса $d-d$ положение $d'-d'$.

На рис. 1 это положение механизма показано пунктиром. Тогда отрезок DB' будет численно равен корню x_2 уравнения (1).

3°. При пользовании данным механизмом необходимо учитывать следующие условия, относящиеся к знакам коэффициентов a_1 , a_2 и a_3 уравнения (1).

Пусть коэффициент a_1 будет всегда положительным числом. Если коэффициент a_3 будет также положительным числом, то отношение a_3/a_1 , равное отрезку EC, надо отсчитывать по шкале, принадлежащей звену 2, от точки E вверх. Если коэффициент a_3 будет отрицательным числом, то отношение a_3/a_1 , равное отрезку EC, надо отсчитывать от точки E вниз.

Соответственно, отрезки DB и DB', расположенные вправо от точки D, будут иметь знак минус, т. е. корни x_1 и x_2 будут отрицательными. Отрезки DB и DB', расположенные влево от точки D, будут иметь знак плюс, т. е. корни x_1 и x_2 будут положительными.

Случай совпадения знаков коэффициентов a_1 и a_3 показан на рис. 1. Корни x_1 и x_2 имеют знаки минус. Случай несовпадения знаков этих коэффициентов показан на рис. 2. Корень x_1 имеет знак минус, а корень x_2 имеет знак плюс.

и

$$DB' = \frac{EC}{B'E} = \frac{EC}{DE - DB'}. \quad (5)$$

Исключая из уравнений (4) и (5) величину EC и учитывая, что $DE = a_2/a_1$, получим

$$DB + DB' = \frac{a_2}{a_1}. \quad (6)$$

Обозначая величину DB (см. рис. 1) согласно принятому правилу знаков через $-x_1$, а величину DB' через $-x_2$, получаем из условия (6)

$$x_1 + x_2 = -\frac{a_2}{a_1}. \quad (7)$$

Из условия (7) следует, что отрезок $B'E = x_1$, а отрезок $BE = x_2$. Тогда из отношения (2) имеем

$$DB = \frac{EC}{BE} \quad (8)$$

или, так как $DB = -x_1$, $EC = a_3/a_1$ и $BE = -x_2$, то, следовательно,

$$x_1 x_2 = \frac{a_3}{a_1}. \quad (9)$$

Таким образом, отрезки DB и DB' представляют собою корни x_1 и x_2 уравнения (1).

Из условия (7) следует, что для нахождения корней уравнения (1) достаточно установить механизм только в одном из показанных на рис. 1 или рис. 2 положений. Так, установив механизм в положении, указанном на рис. 1 или рис. 2 сплошными линиями, имеем отрезок DB , представляющий собою корень x_1 , и отрезок BE , представляющий собою корень x_2 .

Поступило
1 VIII 1951