

Е. М. ЛИФШИЦ и Ю. В. ШАРВИН

## О ПРОМЕЖУТОЧНОМ СОСТОЯНИИ СВЕРХПРОВОДНИКОВ

(Представлено академиком Л. Д. Ландау 13 VI 1951)

В двух работах Л. Д. Ландау <sup>(1,2)</sup> была развита теория слоистой структуры сверхпроводников в промежуточном состоянии. В работе <sup>(1)</sup> был произведен расчет модели, в которой плоско-параллельные слои имеют вдоль своей длины постоянную толщину и лишь несколько закругляются у самой поверхности образца. При этом вблизи поверхности образца (на глубине порядка толщины слоев) магнитное поле в  $n$ -слоях оказывается меньшим критического значения. Это обстоятельство дало основание думать, что такая модель будет термодинамически неустойчивой, в результате чего  $n$ -слои должны разветвляться; картина многократно разветвляющихся слоев была количественно исследована в <sup>(2)</sup>.

Нет сомнения в том, что при достаточно больших размерах (длине  $L$  в направлении поля) образца такое разветвление действительно должно иметь место. В то же время при достаточно малой длине  $L$  (а с нею и толщине слоев, убывающей вместе с  $L$ ) энергетически более выгодной должна остаться структура с неразветвленными слоями; это видно уже из того, что свободная энергия модели с многократно разветвленными слоями пропорциональна  $L^{1/3}$ , а с неразветвленными — несколько более высокой степени  $L^{2/3}$ . Возникает вопрос о том, каково то «характеристическое» значение  $L$ , сравнение с которым определяет характер осуществляющейся структуры.

Единственная фигурирующая в задаче величина размерности длины — константа  $\Delta$  поверхностного натяжения на границе  $n$ - и  $s$ -фаз ( $\Delta$  было определено в <sup>(2)</sup> посредством  $\alpha = H_k^2 \Delta / 8\pi$ , где  $\alpha$  — коэффициент поверхностного натяжения, а  $H_k$  — критическое поле). Поэтому можно было бы думать, что искомая характеристическая длина должна быть порядка величины  $\Delta$ , а поскольку  $\Delta$  очень мало ( $\sim 10^{-4}$  см), то слои фактически всегда должны были бы разветвляться. Того же порядка величины должна была бы быть и толщина слоев, выходящих к поверхности образца, а поскольку при столь малых размерах областей обычное макроскопическое описание сверхпроводящего состояния теряет смысл, то это дало основание ввести <sup>(2)</sup> понятие об особом «смешанном» состоянии, в котором должен был бы находиться поверхностный слой вещества.

Однако результаты экспериментов А. И. Шальникова и А. Г. Мешковского <sup>(3)</sup> показывают, что магнитное поле в непосредственной близости поверхности образца всегда обнаруживает неоднородность, свидетельствующую о том, что слои выходят к поверхности, сохраняя весьма значительную толщину (порядка  $10^{-2}$  —  $10^{-1}$  см). Это обстоятельство побудило вновь вернуться к теоретическому рассмотрению

вопроса; при этом выяснилось, что возникающие при точном расчете безразмерные коэффициенты (являющиеся функциями безразмерного отношения  $H/H_k$ ) весьма существенным образом меняют порядки величин характеристических размеров, в результате чего при всех имеющихся практический интерес размерах образцов многократное разветвление слоев во всяком случае не должно иметь места.

Рассмотрим модель плоско-параллельной пластинки (в поперечном магнитном поле) с совершенно не разветвляющимися слоями. В (1) были получены формулы, определяющие форму таких слоев и распределение магнитного поля в слоях нормальной фазы. С их помощью можно вычислить свободную энергию тела  $F$  (точнее, избыточную свободную энергию, связанную со слоистой структурой). Отнесенная к единице площади поверхности пластинки она имеет вид

$$F = \frac{H_k^2}{4\pi} \left( \frac{L\Delta}{a} + a\varphi(\eta) \right). \quad (1)$$

Первый член есть поверхностная энергия границ между  $n$ - и  $s$ -слоями;  $L$  — ширина пластинки;  $a$  — расстояние между слоями, причем  $a = a_s + a_n$ , где  $a_s = a(1 - \eta)$  и  $a_n = a\eta$  — толщины  $s$ - и  $n$ -слоев;  $\eta$  обозначает безразмерное отношение  $H/H_k$ .

Второй член в (1) представляет собой энергию, связанную с «закруглением»  $s$ -слоев и искажением магнитного поля вблизи поверхности пластинки (с каждой из ее двух сторон). Функция  $\varphi(\eta)$  может быть вычислена с помощью полученных в (1) формул; значения  $\varphi(\eta)$ , полученные путем численного интегрирования, приведены в табл. 1. Предельное выражение при  $\eta \ll 1$ :

$$\varphi(\eta) = \frac{\eta^2}{\pi} \ln \frac{0,56}{\eta}, \quad (2)$$

а при  $\eta$ , близких к 1:

$$\varphi(\eta) = \frac{\ln 2}{\pi} (1 - \eta)^2. \quad (3)$$

Толщина слоев определяется из условия минимальности выражения (1), откуда

$$a = \sqrt{L\Delta/\varphi}, \quad (4)$$

и соответствующее значение  $F$ :

$$F = (H_k^2/2\pi) \sqrt{\varphi L\Delta}. \quad (5)$$

Таблица 1

$\eta$	$\varphi(\eta)$	$\eta$	$\varphi(\eta)$
0,1	0,0055	0,6	0,0182
0,2	0,0136	0,7	0,0128
0,3	0,0195	0,8	0,0065
0,4	0,0224	0,9	0,0020
0,5	0,0221		

Определяемая формулой (4) толщина слоев достигает значительных величин; так, при  $\eta = 1/2$  имеем для  $L = 2$  см:  $a_s = a_n \cong 0,06$  см\* (для  $\Delta$  принимаем ориентировочно значение  $1,5 \cdot 10^{-4}$  см, соответствующее олову при  $3^\circ \text{K}$ ; ср. (4)). Интересно, что поле в  $n$ -слоях вблизи поверхности образца может значительно отличаться от  $H_k$ . Так, при  $\eta = 1/2$  поле на поверхности в средней точке  $n$ -слоя составляет

всего  $0,73 H_k$ , а при  $\eta \rightarrow 0$  стремится к  $0,65 H_k$ .

\* На самой поверхности пластинки толщина  $s$ -слоев несколько меньше вследствие их «закругления», а толщина  $n$ -слоев — соответственно больше. Так, при  $\eta = 1/4$  толщина  $s$ -слоя на поверхности составляет  $0,80 a_s$ ; при  $\eta = 1/2$   $0,56 a_s$ ; при  $\eta = 3/4$   $0,28 a_s$ .

Свободная энергия модели с многократно разветвленными слоями, вычисленная в (2), равна:

$$F' = 0,277 H_k^2 (L\Delta^2)^{1/2} \eta^{1/2} (1 - \eta)^{3/2}. \quad (6)$$

Сравнение (6) с (5) обнаруживает, что энергия  $F'$  превышает энергию  $F$ , причем с довольно большим запасом, между тем как для осуществления многократного разветвления требовался бы достаточно большой запас в обратную сторону. Отношение  $F'/F$  имеет минимум примерно при  $\eta = 0,5$ , и даже здесь равно 1,2 (при  $L = 2$  см,  $\Delta = 1,5 \cdot 10^{-4}$  см). Поскольку отношение  $F'/F$  пропорционально  $(\Delta/L)^{1/2}$ , то его заметное уменьшение требовало бы весьма значительного увеличения  $L/\Delta$ .

Таким образом, при сколько-нибудь реальных размерах образца многократное разветвление слоев во всяком случае не должно иметь места. Это еще не означает обязательно, что слои не будут разветвлены вовсе, — наиболее выгодным для заданных  $L$  и  $\eta$  может оказаться и одно-, двух- и т. д. кратное разветвление. По аналогии с тем, что имеет место у ферромагнетиков (см. (5)), следует думать, что по мере увеличения (при заданном поле) длины  $L$  достигается значение, при котором неразветвленные слои становятся неустойчивыми и начинается первое разветвление; при этом по мере дальнейшего увеличения  $L$  длина разветвленной части слоя постепенно увеличивается, начиная от нуля. Наконец, становятся неустойчивыми и такие слои, и т. д. В данном случае, однако, уже определение момента начала первого разветвления представляется весьма трудной задачей в связи с трудностью определения распределения поля в модели с однократно разветвленными слоями.

Имеет смысл подойти к вопросу с несколько другой точки зрения. Предположим, что размеры  $L$  настолько велики, что слои разветвлены уже многократно, и определим, какова наиболее выгодная кратность  $p$  разветвления. При этом необходимо учесть энергию «закругления» выходящих к поверхности слоев (в (2) предполагалось, что слои выходят к поверхности с толщиной  $\Delta$ , и эта энергия не учитывалась). Описанная в (2) модель разветвления слоев обладает тем свойством, что перед каждым  $(p+1)$ -м разветвлением толщины всех  $s$ -слоев одинаковы ( $a_s^{(p)} = a_{s0} \cdot 2^{-p}$ , где  $a_{s0}$  — толщина неразветвленной части слоя), и то же самое относится к толщинам всех  $n$ -слоев ( $a_n^{(p)} = a_{n0} \cdot 2^{-p}$ ). Применяя при достаточно больших  $p$  эту модель и учитывая также, что углы разветвления в этой модели малы, мы можем воспользоваться для вычисления «энергии округления» формулами, относящимися к неразветвленному слою, применив их к слоям с периодичностью  $a^{(p)} = a_s^{(p)} + a_n^{(p)}$ . Тогда для свободной энергии получим выражение

$$F = \frac{H_k^2}{4\pi} \left\{ \frac{\varphi(\eta) a_0}{2^p} + \frac{V a_0 \eta \Delta (1 - \eta)}{(V^2 - 1)} (1 - 2^{-p/2}) + \frac{L \Delta}{a_0} \right\}.$$

Минимизируя это выражение по  $p$  и по  $a_0$ , получим для  $a_0$  прежнее (2) значение

$$a_0 = 0,882 \eta^{-1/2} (1 - \eta)^{-1/2} \Delta^{1/2} L^{3/2}, \quad (7)$$

а для числа  $p$

$$2^p = 0,605 \varphi^2 \eta^{-4/3} (1 - \eta)^{-5/3} (L/\Delta)^{2/3}. \quad (8)$$

Толщина же выходящих к поверхности образца слоев

$$a^{(p)} = 2^{-p} a_0 = 1,46 \eta (1 - \eta)^2 \varphi^{-2} \Delta \quad (9)$$

оказывается величиной, зависящей только от поля, но не от размеров образца. Существенно, что коэффициент при  $\Delta$  в этой формуле оказывается весьма большим числом; он минимален примерно при  $\eta = 1/2$ , и даже здесь получается  $a_s^{(p)} = a_n^{(p)} \cong 200 \Delta$ . Этот результат показывает, что «смешанного состояния» в том смысле, о котором шла речь в (2), вообще не должно существовать.

Что касается числа  $p$ , то из (8) получается (для  $L = 2$  см,  $\Delta = 1,5 \cdot 10^{-4}$  см) при  $\eta = 1/2$   $p = 1,4$ , а при больших или меньших  $\eta$  — еще меньшее значение. Для таких малых значений  $p$  формула (8), строго говоря, неприменима. Можно, однако, все же думать, что такой результат свидетельствует о том, что у образцов применяющихся обычно размеров слои могут быть разветвлены не более одного-двух раз.

Следует лишний раз подчеркнуть, что все изложенные соображения относятся к полному термодинамическому равновесию. Наблюдаемая же на опыте картина структуры промежуточного состояния может быть сильно искажена неравновесностью состояния образца (6).

Выражаем благодарность акад. К. Д. Ландау за обсуждение затронутых в этой заметке вопросов.

Институт физических проблем  
им. С. И. Вавилова  
Академии наук СССР

Поступило  
13 VI 1951

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Л. Ландау, ЖЭТФ, 7, 371 (1937). <sup>2</sup> Л. Ландау, ЖЭТФ, 13, 377 (1943).  
<sup>3</sup> А. Г. Мешковский и А. И. Шальников, ЖЭТФ, 17, 851 (1947); Изв. АН СССР, сер. физ., 11, 39 (1947); А. Г. Мешковский, ЖЭТФ, 19, 54 (1949).  
<sup>4</sup> В. Л. Гинзбург и Л. Д. Ландау, ЖЭТФ, 20, 1064 (1950). <sup>5</sup> Е. М. Лифшиц, ЖЭТФ, 15, 97 (1945). <sup>6</sup> А. И. Шальников и К. А. Туманов, Сборн., посв. 70-летию акад. А. Ф. Иоффе, 1950, стр. 303.