

Г. В. ГОРДЕЕВ

КОЛЕБАНИЯ ПЛАЗМЫ И СТРАТЫ

(Представлено академиком В. А. Фоком 18 VI 1951)

За последнее время появились в печати работы А. А. Власова (1) и его учеников, в которых авторы связывают страты с колебаниями плазмы. Эта связь все более завоевывает внимание экспериментаторов. Однако А. А. Власов и его ученики выделяют из совокупности волн колебаний потенциала только одну волну. Например, они отождествляют стоячие страты с колебаниями потенциала с частотой, равной нулю. Фазовую скорость волны ω/k они отождествляют со скоростью страт. Это выделение одной волны ничем не оправдано, так как авторы не принимают в расчет столкновений. В этой статье мы рассматриваем страты как группу волн колебаний потенциала, отождествляя скорость страт с групповой скоростью $U = d\omega/dk$, расстояние между головками страт с длиной почти монохроматической волны этой группы — для стоячих страт или с расстоянием между максимумами группы волн — для бегущих страт.

Дисперсионное уравнение Ландау (2) для колебаний плазмы без учета столкновений имеет вид

$$1 - \frac{4\pi e^2 i}{k^2} \int \frac{(kv) \partial f_0 / \partial \varepsilon}{q + i(kv)} (dv) = 0, \tag{1}$$

где $f_0 = n (m/2\pi kT)^{3/2} e^{-mv^2/2kT}$ — функция распределения электронов; $(dv) = dv_x dv_y dv_z$, $\varepsilon = mv^2/2$, $q = -i\omega - \gamma$, где ω — частота и γ — затухание колебаний. При тех полях, при которых наблюдаются страты, скорость дрейфа электронов w меньше тепловой скорости v . Поэтому при наличии дрейфа электронов максвелловское распределение сохраняется в системе координат, движущейся со скоростью дрейфа. В этой системе координат уравнение (1) остается в неизменном виде, если ввести новый параметр

$$q_1 = q + i(kw). \tag{2}$$

Введем безразмерные величины $\beta = x - iy$ и \mathbf{v}_0 с помощью соотношений $q_1 = ika\omega_0\beta$, $\mathbf{v} = a\omega_0\mathbf{v}_0$, где $a = \sqrt{kT/4\pi ne^2}$ — дебаевский радиус электрона, $\omega_0 = \sqrt{4\pi ne^2/m}$ — собственная частота колебаний плазмы.

Выбирая ось x в направлении \mathbf{k} , интегрируя уравнение (1) по двум переменным и обозначая $v_{0x} = u$, мы получаем дисперсионное уравнение в виде

$$\frac{\beta}{\sqrt{2\pi}} \int \frac{e^{-u^2/2}}{\beta - u} du = 1 + k^2 a^2. \tag{3}$$

Контур интегрирования идет от $-\infty$ до $+\infty$, обходя особую точку $u = \beta$ снизу. Для вещественного k , меняющегося от 0 до ∞ , уравне-

ние (3) определяет бесчисленное множество дисперсионных кривых с различным затуханием. В этой работе мы рассмотрим только один участок одной дисперсионной кривой с наименьшим затуханием. Как показал В. А. Фок (3), интеграл в левой части (3) можно представить в следующем виде

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_C \frac{e^{-u^2/2} du}{\beta - u} = \sqrt{2} e^{-\beta^2/2} \int_{-i\infty}^{\beta/\sqrt{2}} e^{z^2} dz - i\sqrt{2\pi} e^{-\beta^2/2}. \quad (4)$$

При $|\beta| \gg 1$ можно воспользоваться асимптотическим разложением интеграла в правой части уравнения (4) и, предполагая, что $x \gg y$, мы получаем формулу Власова — Ландау для частоты:

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 + 3k^2 a^2 \omega_0^2} \quad (5)$$

и формулу Ландау для затухания:

$$\gamma_1 = \sqrt{\frac{\pi}{8} \frac{\omega_0}{k^3 a^3}} e^{-1/2 k^2 a^2}. \quad (6)$$

Вычисления, проделанные с помощью таблиц интеграла Френеля от комплексного аргумента*, показывают, что формула (5) является хорошим приближением для $0 < ka \leq 1$, тогда как формула (1) верна только для $ka \ll 1$.

Столкновения электронов с нейтральными атомами можно учесть, вводя в кинетическое уравнение интеграл столкновений в форме, предложенной Б. И. Давыдовым (4). Вычисления показывают, что поправка для частоты от наличия столкновений в первом приближении пропорциональна $v^2 / 8l^2 \omega_0 \ll \omega_0$, где l — длина свободного пробега электронов, v — тепловая скорость электронов. Этой поправкой можно пренебречь. Для затухания же в первом приближении мы имеем формулу

$$\gamma = v/2l + \gamma_1. \quad (7)$$

В неподвижной системе координат получаем для частоты колебаний

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 + 3k^2 a^2 \omega_0^2} + (wk), \quad (8)$$

тогда как затухание не меняет своей величины и мы сохраним для него формулу (7).

Возмущения, возникающие вследствие несоответствия числа ударов электронов об анод с полным потоком электронов через разрядную трубку, вызывают анодные колебания потенциала. Эти колебания распространяются от анода к катоду в виде почти монохроматической группы волн с групповой скоростью

$$U = 3ka^2 \omega_0 / \sqrt{1 + 3k^2 a^2} - \omega. \quad (9)$$

Почти монохроматичность этой группы волн с определенным интервалом изменения k от $k_0 - \Delta k$ до $k_0 + \Delta k$ связана тем, что затухание колебаний имеет минимум при $k = k_0$. Условием минимума затухания будет

$$\frac{\partial(v/2l)}{\partial U} \frac{dU}{dk} + \frac{\partial \gamma_1}{\partial k} = 0. \quad (10)$$

* Вычисленных в Ленинградском отделении Математического института им. Стеклова.

Длина свободного пробега электронов l зависит от средней квадратичной скорости электронов (эффект Рамзауэра), равной

$$\bar{v} = \sqrt{v^2 + w^2}. \quad (11)$$

Длину свободного пробега можно разложить в ряд по степеням w

$$l(\bar{v}) = l(v) + \frac{A}{2} w^2, \quad (12)$$

где

$$A = \frac{1}{v} \frac{\partial l}{\partial v}. \quad (13)$$

Для того чтобы затухание имело минимум, необходимо, чтобы A было меньше нуля. Для всех газов, в которых наблюдаются страты при соответствующих температурах, это условие выполняется. Так как группа волн, движущихся против скорости дрейфа электронов, тормозит их движение, скорость дрейфа электронов можно записать в виде

$$w = w_0 - U, \quad (14)$$

где w_0 — скорость дрейфа электронов при $U = 0$. Подставляя (14) в (12) и выполняя дифференцирование по U в формуле (10), используя формулы (11) и (12), мы получаем условие минимума затухания в виде

$$w + \frac{lw}{2v^2 A} + \frac{l^2}{vA} \frac{dU}{dk} \frac{\partial \gamma_1}{\partial k} = 0. \quad (15)$$

Итак, мы получили два уравнения (9) и (15), связывающие групповую скорость U и длину волны почти монохроматической группы волн с параметрами газового разряда. В число этих параметров вошла производная от длины свободного пробега по средней скорости электронов. Теоретическое определение этого параметра связано с численным интегрированием дифференциальных уравнений для рассеяния медленных электронов и трудно выполнимо. Поэтому при сравнении теории с экспериментом мы будем считать, что нам задана скорость страт, которую мы отождествляем с групповой скоростью и будем определять по формуле (9) длину волны почти монохроматической группы волн и сравнивать ее с экспериментально определенным расстоянием между головками страт. По формуле же (15) мы определим параметр $\partial l / \partial v$ и сравним его со значением производной dl/dv , полученным из экспериментальной кривой зависимости l от v . Результаты сравнения с экспериментом приведены в табл. 1 и на рис. 1 и 2. Из рис. 1 и 2 мы видим, что наше предположение о минимуме затухания оправдывается. Из табл. 1 мы видим, что отождествление длины волны почти монохроматической группы волн, групповая скорость которой равна нулю, с расстоянием между головками стоячих страт подтверждается экспериментально. Однако для бегущих страт теоретически определенная длина почти монохроматической волны (порядка 1 мм) во много раз меньше расстояния между головками страт. Отсюда можно сделать заключение, что в бегущих стратах мы наблюдаем не отдельные почти монохроматические волны, которые трудно различимы, а группу волн с расстоянием между максимумами $\lambda = 1\pi / \Delta k$, которое можно отождествить с расстоянием между голов-

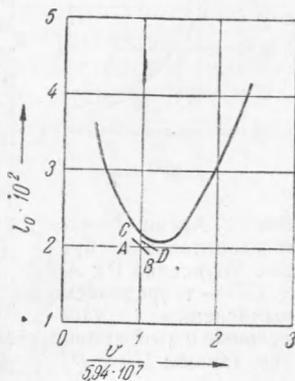


Рис. 1. Водород. 1 — экспериментальная кривая Тоунсенда и Бэйли (8); AB и CD — теоретически вычисленные касательные к ней по данным Нойберта (11) и Пауля (9)

Газ	Давление в мм рт. ст.	Сила тока в ма	Радиус трубки в см	Температура электронов в °К	Концентрация электронов в эл/см ³	Расстояние между головками страт в см	$\lambda_0 = \frac{2\pi}{k_0}$ (теорет.)	Источник
H ₂	0,63	8	1,1	1,2·10 ⁴	4·10 ⁹	0,9	0,9	(⁵)
N ₂	0,16	0,27 $\frac{\text{ма}}{\text{см}}$	3,9	3·10 ⁴	2·10 ⁸	6,0	5,9	(⁶)
Hg	3·10 ⁻³	20	0,6×0,4 см ²	3·10 ⁴	1,77·10 ¹⁰	0,2	0,19	(⁷)
	3·10 ⁻³	50	0,6×0,4 см ²	3·10 ⁴	3,94·10 ¹⁰	0,1	0,10	

ками страт. Кажущийся парадоксальным факт, замеченный Пеннингом (¹⁰), что разность между максимумом и минимумом потенциала

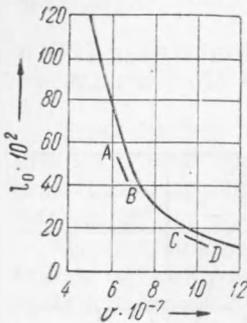


Рис. 2. Аргон. 1—экспериментальная кривая Тоунсенда (⁸); AB и CD—теоретически вычисленные касательные к этой кривой по данным Шоу (⁹)

бегающей страты меньше потенциала возбуждения примерно в 2 раза, находит свое объяснение в том, что Пеннинг измерял разность потенциалов между максимумом и минимумом группы волн, тогда как для возбуждения существенно, чтобы критическому потенциалу была равна разность потенциалов между максимумом и минимумом отдельной почти монохроматической волны. Она как раз примерно в 2 раза больше разности потенциалов между максимумом и минимумом группы волн, т. е. равна потенциалу возбуждения (как и для стоячих страт). Нужно заметить, что при определенных условиях мы наблюдаем стоячие страты, расстояние между головками которых не строго подчиняется уравнению (9). Это так называемые красные (широкие) страты в водороде и двойные страты. В этих стратах мы также наблюдаем не отдельную почти монохроматическую волну, а максимумы группы волн. Точно так же в бегущих стратах при определенных условиях можно наблюдать такие страты,

расстояние между головками для которых совпадает с длиной почти монохроматической волны. Такие страты до сих пор еще не наблюдались. Их можно наблюдать при значениях параметров разряда (плотность тока, давление газа) того же порядка, как и для стоячих страт (но выше верхнего предела), в отличие от обычно наблюдаемых бегущих страт, для которых значения параметров разряда на 3 порядка выше, чем для стоячих страт.

Выражаю глубокую благодарность М. Г. Веселову и П. П. Павинскому за обсуждение темы и ценные указания и В. И. Крылову и В. Н. Фаддеевой за ценные математические советы и предоставление таблиц интеграла Френеля от комплексного аргумента.

Ленинградский государственный университет
им. А. А. Жданова

Поступило
6 VI 1951

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ А. А. Власов, Теория многих частиц, 1950. ² Л. Ландау, Sov. Phys., № 1 (1945). ³ В. А. Фок, Диффракция радиоволн, 1948. ⁴ Б. И. Давыдов, ЖЭТФ, 7, 1069 (1937). ⁵ H. Paul, Zs. f. Phys., 97, 330 (1936). ⁶ D. Oettingen, Ann. d. Phys., 19, 519 (1934). ⁷ H. J. Merrill and H. W. Webb, Phys. Rev., 55, 1191 (1939). ⁸ К. Дарроу, Электрические явления в газах, 1937. ⁹ T. C. Chow, Phys. Rev., 37, 574 (1931). ¹⁰ F. Penning, Zs. f. Phys., 41, 769 (1926). ¹¹ P. Neuberger, Ann. d. Phys., 42, 1454 (1913).