

Академик И. И. АРТОБОЛЕВСКИЙ

МЕХАНИЗМ ДЛЯ РЕШЕНИЯ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ ВИДА

$$x^2 - px + q = 0$$

1°. Механизм предназначен для решения квадратных уравнений вида

$$x^2 - px + q = 0. \quad (1)$$

Неподвижные направляющие 1 и 2 (рис. 1) параллельны между собой и снабжены шкалами, с помощью которых на направляющей 1 может быть отложено число, равное $1/p$, а на направляющей 2 — число, равное q/p . Звено 3 имеет Т-образную форму и одним своим концом Mt скользит в ползуне 4, вращающемся около неподвижного центра K , а другим концом Mi скользит в ползуне 5, вращающемся около неподвижного центра N . Так как угол KMN прямой, то точка M будет описывать окружность, имеющую диаметром расстояние KN . Звено 3 в точке M входит во вращательную пару с ползуном 6. Стержень 7, скользящий в ползуне 6, в точке C входит во вращательную пару с ползуном 8, имеющим возможность перемещаться вдоль направляющей 1.

2°. Для решения уравнения (1) устанавливаем ползун 8 так, чтобы расстояние $KC = 1/p$. Далее, закрепив звено 8 в этом положении, перемещаем звено 3 до тех пор, пока прямая Cv звена 7, не пересечет направляющую 2 в точке D так, чтобы расстояние $ND = q/p$. Тогда прямая $t-t$ звена 3 отсечет на шкале, принадлежащей направляющей 2, отрезок NA , равный x_2 — одному из корней уравнения (1). Нетрудно видеть, что прямая Cv пересекает окружность диаметра KN , в общем случае, в двух точках M и M' . Тогда для нахождения другого корня уравнения (1) перемещаем звено 3 так, чтобы точка M заняла положение M' . При этом прямая Cv звена 7 должна проходить через точку D , принадлежащую направляющей 2 и находящуюся на ранее отложенном по шкале расстоянии $ND = q/p$. Тогда прямая $t-t$ звена 3 займет положение $t'-t'$ и отсечет на шкале, принадлежащей направляющей 2, отрезок NB , равный x_1 — другому корню уравнения (1).

3°. Действительно, примем постоянное расстояние между направляющими 1 и 2 равным единице. Тогда (рис. 1) имеем

$$\operatorname{tg} \alpha = x_1, \quad \operatorname{tg} \beta = x_2 \quad (2)$$

Далее, из треугольника KCM имеем

$$\frac{KC}{KM} = \frac{\cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}. \quad (3)$$

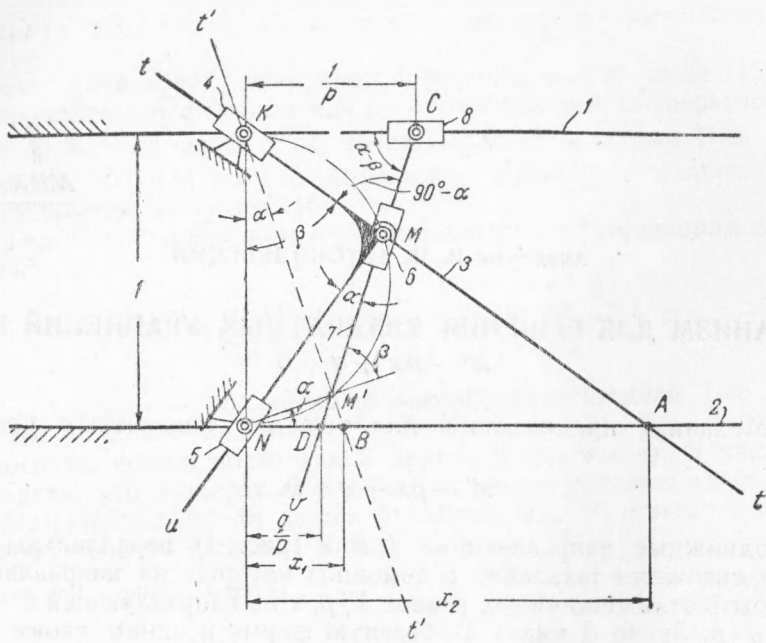


Рис. 1

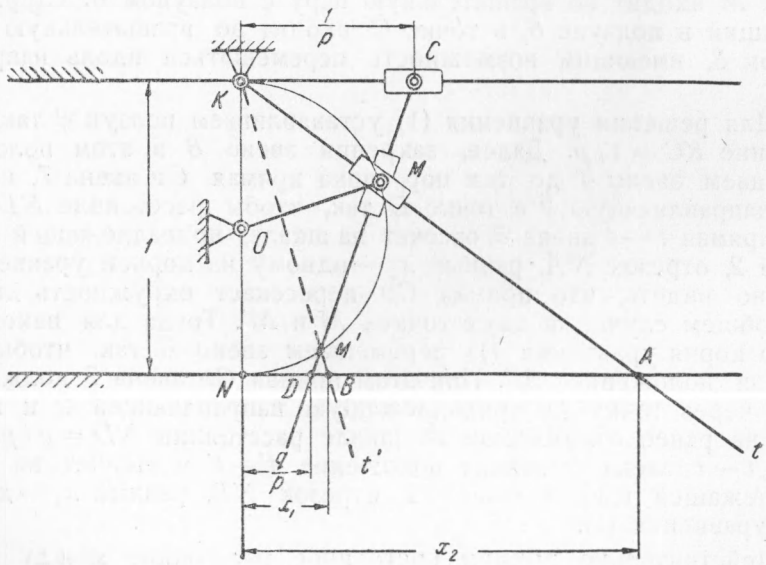


Рис. 2

Из уравнения (3), учитывая, что $KM = \cos \beta$, получаем

$$KC = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}. \quad (4)$$

Подставляя в уравнение (4) вместо $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{tg} \beta$ их выражения из уравнений (2) и имея в виду, что отрезок KC равен $1/p$, получаем:

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{x_1 + x_2}, \quad (5)$$

откуда

$$x_1 + x_2 = p. \quad (6)$$

Далее, из треугольника NMD имеем

$$\frac{ND}{NM'} = \frac{\sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)}. \quad (7)$$

Из уравнения (7), учитывая, что $NM' = \sin \alpha$, получаем

$$ND = \frac{\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}. \quad (8)$$

Подставляя в уравнение (8) вместо $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{tg} \beta$ их выражения из уравнений (2) и имея в виду, что отрезок ND равен q/p , получаем

$$\frac{q}{p} = \frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2}, \quad (9)$$

откуда

$$x_1 x_2 = q. \quad (10)$$

Из условий (6) и (10) следует, что отрезки $NA = x_2$ и $NB = x_1$, отсекаемые на шкале, принадлежащей направляющей 2, равны корням уравнения (1).

На рис. 2 показан другой вариант механизма для решения уравнения (1). Доказательство будет аналогичным вышеизложенному. Так как вершина M прямого угла KMN описывает окружность, то, следовательно, предлагаемый механизм автоматически выполняет решение уравнений второй степени с помощью так называемой «тейнеровой окружности»⁽¹⁾.

Поступило
11 V 1951

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ А. Адлер, Теория геометрических построений, Одесса, 1924.