Доклады Академии Наук СССР
1951. Том LXXVIII, № 4

ФИЗИКА

А. Е. ГЛАУБЕРМАН и И. И. ТАЛЬЯНСКИЙ

К ТЕОРИИ ВЫХОДА ЭЛЕКТРОНОВ ИЗ МЕТАЛЛА В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 2 IV 1951)

§ 1. Рассмотрим контакт металла с кристаллическим полупроводником или диэлектриком. Пренебрегая искажением энергетического спектра вблизи поверхности, т. е. до известной степени схематизируя явление, мы будем пользоваться энергетической схемой, изображенной на рис. 1 (локальные уровни в кристалле не изображены на схеме).

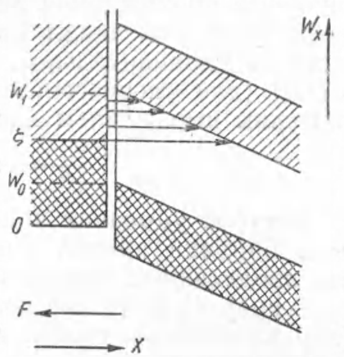

Рис. 1. Двойной штриховкой обозначены состояния, занятые электронами при $T=0$; простой штриховкой обозначены состояния, не занятые при $T=0$

Подсчитаем ток электронов, проходящих из металла в зону проводимости кристалла при помощи туннельного эффекта. При этом мы будем учитывать как электроны, у которых энергия движения в направлении оси X меньше предельной энергии Ферми в металле, так и «тепловые» электроны металла, т. е. электроны с $W_x > \zeta$, где ζ — предельная энергия Ферми электронов в металле. Тогда для плотности тока мы получим

$$i = 2e\left(\frac{m}{h}\right)^3 \int\limits_{v_x^0}^{v_x^1} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \int\limits_{-\infty}^{\infty} v_x D\,(W_1 - W_x)\, \frac{dv_x\, dv_y\, dv_z}{\exp\left[\frac{{}^1/_2 m\,(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) - \zeta}{kT}\right] + 1}, \quad (1,1)$$

где e — заряд электрона, m — масса электрона, а скорости v_x^0 и v_x^1 соответствуют энергиям W_0 и W_1 (см. рис. 1); $D\,(W_1 - W_x)$ — коэффициент прозрачности барьера для электронов с энергией W_x, учитывающий наличие периодического потенциального поля как в металле, так и в кристаллическом полупроводнике.

Подобный коэффициент был вычислен Зинером [1] для случая перехода электронов из зоны в зону внутри диэлектрика. Согласно Зинеру,

$$D\,(W_1 - W_x) = e^{-\alpha \frac{(W_1 - W_x)^2}{F}}\ *, \quad (1,2)$$

* Мы будем в настоящей работе пользоваться формулой (1,2) для коэффициента прохождения, хотя представляло бы интерес отдельно рассмотреть вопрос о коэффициенте прохождения из металлического кристалла в полупроводник или диэлектрик.

где $\alpha = \pi^2 ma / h^2 e$, a — постоянная решетки кристалла, F — напряженность электрического поля.

Проводя в (1,1) интегрирование по u и вводя обозначения $W_1 - \zeta = u$ и ${}^1/_2 mv_x^2 - \zeta = \eta$, получим

$$i = \frac{4\pi mekT}{h^3} \int\limits_{-(\zeta - W_0)}^{u} e^{-\alpha(u-\eta)^2/F} \ln(1 + e^{-\eta/kT})\, d\eta. \qquad (1,3)$$

Разобьем область интегрирования на две части, соответствующие $\eta \leqslant 0$ и $\eta > 0$, и вычислим интеграл в этих областях.

Для области $\eta \leqslant 0$ логарифм, стоящий под знаком интеграла в (1,3), можно разложить в ряд следующим образом:

$$\ln(1 + e^{-\eta/kT}) = \ln e^{-\eta/kT}(1 + e^{\eta/kT}) =$$
$$= -\frac{\eta}{kT} + e^{\eta/kT} - \frac{1}{2} e^{2\eta/kT} + \frac{1}{3} e^{3\eta/kT} - \ldots, \qquad (1,4)$$

так как при $\eta \leqslant 0$ $e^{\eta/kT} \leqslant 1$ при любой температуре T.

Далее для области $\eta \leqslant 0$ существенным является поведение коэффициента прохождения лишь для весьма малых значений $|\eta|$ в связи с быстрым убыванием подинтегральной функции с ростом $|\eta|$. Поэтому экспоненциальный множитель в подинтегральной функции в (1,3) (для рассматриваемой области) можно заменить его асимптотическим выражением для малых $|\eta|$ *

$$e^{-\alpha(u+|\eta|)^2/F} \approx e^{-\alpha u^2/F} e^{-2\alpha u|\eta|/F}. \qquad (1,5)$$

Быстрое убывание подинтегральной функции позволяет также заменить верхний предел интегрирования — бесконечным (легко видеть, что проделанные упрощения несколько увеличат значение интеграла).

В силу (1,4) и (1,5) получим, после интегрирования, для плотности тока электронов с энергией, соответствующей области $\eta \leqslant 0$, выражение:

$$i_1 = \frac{he^3}{\pi^3 ma^2} \frac{F^2}{u^2} e^{-\alpha u^2/F} + \frac{4\pi mek^2T^2}{h^3} \Phi\left(\beta \frac{kT}{eF}\right) e^{-\alpha u^2/F}, \qquad (1,6)$$

где $\beta = 2\frac{\pi^2 mau}{h^2}$ и $\Phi(x) = \frac{\ln 2}{x} - \frac{1}{2x}\left[\psi\left(\frac{x+2}{2}\right) - \psi\left(\frac{x+1}{2}\right)\right]$, а $\psi(y) = \frac{d \ln \Gamma(y)}{dy}$ — логарифмическая производная Г-функции ([2]).

Для области, где $\eta > 0$, легко получить точное значение интеграла

$$i_2 = \frac{4\pi mekT}{h^3} \int\limits_0^u e^{-\alpha(u-\eta)^2/F} \ln(1 + e^{-\eta/kT})\, d\eta.$$

Так как в этом случае $e^{-\eta/kT} < 1$, то после разложения $\ln(1 + e^{-\eta/kT})$ в ряд получим:

$$i_2 = \frac{4\pi mkTe}{h^3 \sqrt{\alpha}} \sqrt{F} e^{F/4\alpha k^2T^2} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-nu/kT} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \int\limits_{\xi_1(n)}^{\xi_2(n)} e^{-\xi^2} d\xi, \qquad (1,7)$$

где $\xi_1(n) = -u\sqrt{\frac{\alpha}{F}} + \frac{n}{2kT}\sqrt{\frac{F}{\alpha}}$ и $\xi_2(n) = \frac{n}{2kT}\sqrt{\frac{F}{\alpha}}$.

---

* Аналогичные соображения проводятся в теориях «холодного вырывания» электронов из металла в вакуум.

Как легко убедиться, для вычисления правой части (1,7) практически достаточно сохранить лишь главный член ряда ($n = 1$).

Полный ток $i = i_1 + i_2$ определится, таким образом, суммой выражений (1,6) и (1,7). Соображения, аналогичные изложенным выше, могут быть проведены для вычисления дырочного тока из анода в кристалл. В полученном выражении для тока учтена зависимость тока как от напряженности поля, так и от температуры. Оказывается, что полный учет зависимости распределения Ферми для электронов в металле от температуры в рассматриваемом механизме приводит к появлению составляющей тока i_2 и дополнительному (второму) члену в выражении для тока i_1. Эти дополнительные члены необходимо учитывать наряду с членом, не зависящим от температуры. Последнее обстоятельство иллюстрируется табл. 1. Составляющая тока i_2, в которой зависимость от напряженности поля оказывается в основном экспоненциальной, возможно, имеет связь с известным из эксперимента возрастанием тока в полупроводнике с ростом напряженности поля (эффект Пуля).

Таблица 1*

F, в/см	$3 \cdot 10^3$	$3 \cdot 10^4$	$3 \cdot 10^5$	$4 \cdot 10^5$	$6 \cdot 10^5$
$i_1^{(1)}$, а/см²	10^{-517}	$7 \cdot 10^{-48}$	70	$2 \cdot 10^3$	10^5
$i_1^{(2)}$, а/см²	$6 \cdot 10^{-512}$	$5 \cdot 10^{-47}$	20	$6 \cdot 10^2$	$2 \cdot 10^4$
i_2, а/см²	$6 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-2}$	40	10^4	10^7

* Таблица вычислена для $u = 0{,}6$ эв и $T = 300$°K. Через $i_1^{(1)}$ и $i_1^{(2)}$ обозначены, соответственно, 1-й и 2-й члены в правой части формулы (1,6).

§ 2. Расчеты, аналогичные приведенным в § 1 для случая выхода электронов из металла в область с периодическим потенциалом, могут быть проведены для случая выхода электронов из металла в вакуум. Если для упрощения вычислений не учитывать силу изображения, то для электронов с энергией $W_x < \zeta$ в этом случае легко получить выражение для тока:

$$j = \frac{e^3}{2\pi h} \frac{\zeta^{1/2}}{(\zeta + u)^{1/2} u^{1/2}} F^2 D_0 \left[1 + C \frac{T^2}{F^2} \Phi\left(\gamma \frac{kT}{eF}\right)\right], \tag{2,1}$$

где $C = \frac{32\pi^2 mk^2 u}{e^2 h^2}$, $\gamma = 4\pi \frac{\sqrt{2mu}}{h}$, $D_0 = e^{-8\pi \sqrt{2m} u^{3/2} / 3heF}$, а u — работа выхода. (Учет силы изображения качественно не меняет результата*).

Таким образом, часть полного тока, зависящая от температуры, получающаяся в результате полного учета зависимости фермиевского распределения электронов в металле от температуры, оказывается существенной как при выходе электронов из металла под действием электрического поля в вакуум, так и в случае выхода в область с периодическим потенциалом.

* Более подробного рассмотрения этого случая мы приводить не будем в связи с тем, что, как нам стало известно после окончания настоящей работы, рассмотрение выхода электронов в электрическом поле из металла в вакуум несколько иным образом было выполнено ранее ([3]).

Считаем своим приятным долгом выразить нашу признательность Я. И. Френкелю, привлекшему наше внимание к рассмотренному вопросу, а также В. С. Милиянчуку, Ф. Ф. Волькенштейну и С. И. Пекару за полезные дискуссии.

Львовский государственный университет
им. И. Франко

Поступило
27 III 1951

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] C. Zener, Proc. Roy. Soc., A, **145**, 523 (1934). [2] И. М. Рыжик, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, 1948. [3] E. Guth and C. J. Mullin, Phys. Rev., **61**, 339 (1942).