Доклады Академии Наук СССР
1951. Том LXXVIII, № 3

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

И. В. РОДИН

К ВОПРОСУ О РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ГРАВИТАЦИОННОГО ДАВЛЕНИЯ ГОРНОГО МАССИВА НА КРЕПИ ПОДЗЕМНЫХ ВЫРАБОТОК

(Представлено академиком Л. Д. Шевяковым 22 III 1951)

Для определения сил гравитационного давления горного массива на крепи подземных выработок применяется аппарат теории упругости.

В известной нам литературе эта задача ставится так: из горного массива вокруг закрепленных выработок (одной или нескольких) вырезается некоторая часть. Контур выреза проводится за пределами аномалии, возникающей при проведении выработок в природном гравитационном поле напряжений горного массива. Прикладывая к вырезанной части (крепь + вырезанная часть горного массива) в качестве активной нагрузки напряжения природного гравитацонного поля по контуру выреза и гравитационные силы по объему *, из решения контактной задачи находят возникающие от этой нагрузки компоненты поля напряжений и соответствующие им компоненты поля перемещений как для точек крепи, так и для точек горного массива, соблюдая, например в случае слипа, непрерывность перемещений по контакту.

Как показано ниже, эта постановка, не учитывающая скачка перемещений по контакту, приводит к решениям, в которых величина гравитационного давления горного массива на крепи оказывается в несколько раз завышенной для выработок с горизонтальной или наклонной продольной осью.

Рассмотрим рис. 1, на котором показаны четыре совмещенных центрами положения контура одной и той же выработки. *И* — положение контура в условном невесомом массиве; *П* — положение контура до образования выработки в природном массиве при его гравитационном состоянии.

Из *И* в *П* контур выработки переходит за счет загрузки условного невесомого массива природным гравитационным полем напряжений, возникающим от объемных сил. Компоненты перемещения ** будут при этом U_n и V_n.

В — положение контура после образования выработки. Из *И* в *В* контур переходит за счет загрузки ослабленного выработкой условного невесомого массива остающимся гравитационным полем напряжений. Компоненты перемещения будут при этом U_o и V_o.

Из природного положения *П* в положение *В* контур переходит при образовании выработки. Этот переход вызывается действием вве-

---

* Иногда гравитационные силы по объему не прикладывают (для значительно заглубленных выработок).

** Компоненты перемещения здесь и в последующем изложении отсчитываются при совмещении центров рассматриваемых контуров.

денного нами в рассмотрение (¹) снимаемого поля напряжений, возникающего от нагрузки N_c и T_c, приложенной по контуру выработки к невесомому массиву. Компоненты перемещений будут при этом U_c и V_c.

В положении K контур выработки будет при наличии крепи. Если при образовании незакрепленной выработки контур беспрепятственно перемещался из положения $П$ в $В$, то при наличии крепи этому препятствует жесткость крепи, которая задерживает контур в положении K. При этом $ПК$ будет сжатие крепи* давлением $N^г$ и $T^г$ со стороны горного массива (компоненты перемещения $U^г_к$ и $V^г_к$), а KB будет сжатие горного массива давлением $N^г$ и $T^г$ со стороны крепи (компоненты перемещения $N^г_м$ и $V^г_м$).

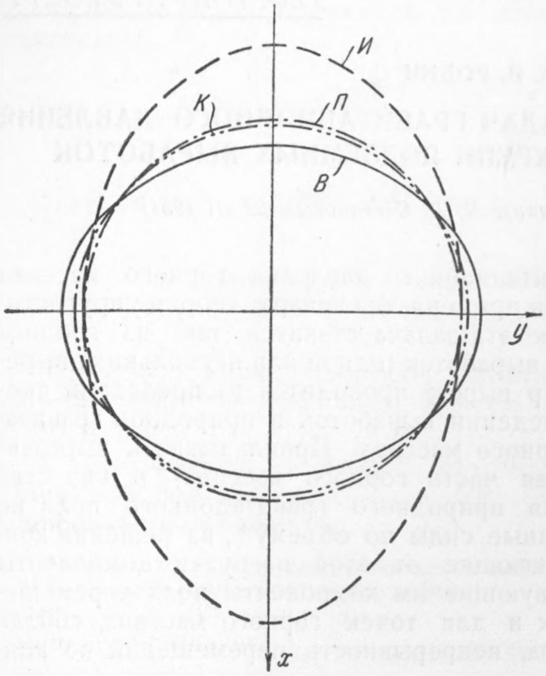

Рис. 1. Совмещенные центрами положения контура одной и той же выработки: $И$—в условном невесомом массиве; $П$ — в природном массиве при его гравитационном состоянии; $В$ — после образования незакрепленной выработки; $К$ — при наличии крепи

Силы взаимодействия между крепью и горным массивом в положении K ($N^г$ и $T^г$) и являются гравитационным давлением горного массива на крепь.

Очевидно при этом, что чем жестче крепь, тем она сильнее препятствует перемещению контактного контура из $П$ в $В$ и тем, следовательно, силы $N^г$ и $T^г$ будут больше, и наоборот. Также очевидно, что наличие начального строительного зазора будет уменьшать величину $N^г$ и $T^г$.

Принципиальная неправильность приведенной в начале постановки задач по определению $N^г$ и $T^г$ состоит в том, что при этой постановке решается контактная задача (крепь+окружающий ее горный массив), в которой к вырезанной, условно ненапряженной, части горного массива с вставленной в него крепью прикладываются природные напряжения по разрезу и гравитационные силы по объему**, благодаря чему заставляют горный массив деформироваться, нажимая на крепь, начиная от условного исходного ненапряженного состояния (контур контакта перемещается из $И$ в $К$). Активной нагрузкой при этой постановке является остающееся поле напряжений. Математически это решение можно представить следующими уравнениями перемещений:

$$U_о = U^г_{к1} + U^г_{м1}; \quad V_о = V^г_{к1} + V^г_{м1}. \qquad (1)$$

В действительности же система крепь — горный массив совместно деформируется лишь на участке $ПК$ (см. рис. 1). Активной нагрузкой при этом является снимаемое поле напряжений, а не остающееся поле

* Если нет начального строительного зазора.

** Иногда, как уже указывалось выше, гравитационные силы не учитывают.

напряжений, как это принималось выше. Математически это описывается не уравнениями (1), а уравнениями

$$U_c = U_к^г + U_м^г; \qquad V_c = V_к^г + V_м^г. \tag{2}$$

Обозначая: δ_{ab} — перемещение контактной точки по направлению a от обобщенной единичной силы*, направленной вдоль b; n — нормаль к контуру выработки; θ — касательную к контуру выработки, уравнения перемещений (2) можно представить в следующем виде:

$$N^г = \frac{U_c\delta_{\theta\theta} - V_c\delta_{n\theta}}{\delta_{nn}\delta_{\theta\theta} - \delta_{n\theta}\delta_{\theta n}}; \qquad T^г = \frac{V_c\delta_{nn} - U_c\delta_{\theta n}}{\delta_{nn}\delta_{\theta\theta} - \delta_{n\theta}\delta_{\theta n}}. \tag{3}$$

Здесь

$$\delta_{nn} = \delta_{nn}^к + \delta_{nn}^м; \qquad \delta_{n\theta} = \delta_{n\theta}^к + \delta_{n\theta}^м;$$

$$\delta_{\theta\theta} = \delta_{\theta\theta}^к + \delta_{\theta\theta}^м; \qquad \delta_{\theta n} = \delta_{\theta n}^к + \delta_{\theta n}^м. \tag{4}$$

Свойства горного массива и крепи учитываются при определении коэффициентов их податливости (перемещений контактных точек от единичных обобщенных сил), которые определяются отдельно для горного массива ($\delta_{nn}^м$, $\delta_{\theta\theta}^м$, $\delta_{n\theta}^м$ и $\delta_{\theta n}^м$) и для крепи ($\delta_{nn}^к$, $\delta_{\theta\theta}^к$, $\delta_{n\theta}^к$ и $\delta_{\theta n}^к$).

Определение коэффициентов податливости горного массива с учетом его пластичности может быть эффективно проведено способом, разработанным В. В. Соколовским.

Отметим, что принятие приведенной в начале постановки задачи (уравнения (1)) приводит к выражениям, аналогичным (3), в которые войдут вместо U_c и V_c, соответственно, U_o и V_o. Остальные величины при этом не изменяются. Для выработок с вертикальной осью $U_o = U_c$, $V_o = V_c$, и поэтому неправильность в определении величин $N^г$ и $T^г$ исчезает. Для выработок с горизонтальной и наклонной продольной осью U_o и V_o больше U_c и V_c на величину U_n и V_n соответственно**. В этом случае приведенная в начале постановка задач, без дополнительного учета скачка перемещений по контакту, приводит к завышенным в несколько раз значениям $N^г$ и $T^г$.

Для определения $N^г$ и $T^г$ формулы (3) принимают вид***:

а) Для крепей первой категории ($N_c \neq 0$; $T_c = 0$; $N^г \neq 0$; $T^г = 0$)

$$N^г = \frac{\delta_{nn}^м N_c - \Delta_n}{\delta_{nn}}; \tag{5}$$

б) для крепей второй категории ($N_c \neq 0$; $T_c \neq 0$; $N^г \neq 0$; $T^г = 0$)

$$N^г = \frac{\delta_{nn}^м N_c + \delta_{n\theta}^м T_c - \Delta_n}{\delta_{nn}}; \tag{6}$$

---

* Обобщенная единичная сила распределена вдоль всего контакта по закону соответствующего функционала соответствующей нагрузки.

** На рис. 1 эти величины показаны соответствующими для горного массива при коэффициенте бокового давления $\mu = 0{,}17$.

*** При наличии начального строительного зазора Δ между крепью и горным массивом.

в) для крепей третьей категории при слипе ($N_c \neq 0$; $T_c = 0$; $N^{г} \neq 0$; $T^{г} \neq 0$)

$$
\begin{aligned}
N^{г} &= \frac{\left(\delta^{м}_{nn}\delta_{\theta\theta} - \delta^{м}_{\theta n}\delta_{n\theta}\right) N_c - \Delta_n \delta_{\theta\theta} + \Delta_\theta \delta_{n\theta}}{\delta_{nn}\delta_{\theta\theta} - \delta_{n\theta}\delta_{\theta n}}, \\
T^{г} &= \frac{\left(\delta^{м}_{nn}\delta_{\theta n} - \delta^{м}_{\theta n}\delta_{nn}\right) N_c - \Delta_n \delta_{\theta n} + \Delta_\theta \delta_{nn}}{\delta_{n\theta}\delta_{\theta n} - \delta_{nn}\delta_{\theta\theta}};
\end{aligned}
\tag{7}
$$

г) для крепей четвертой категории при слипе ($N_c \neq 0$; $T_c \neq 0$; $N^{г} \neq 0$; $T^{г} \neq 0$)

$$
\begin{aligned}
N^{г} &= \frac{\left(\delta^{м}_{nn}\delta_{\theta\theta} - \delta^{м}_{\theta n}\delta_{n\theta}\right) N_c + \left(\delta^{м}_{n\theta}\delta_{\theta\theta} - \delta^{м}_{\theta\theta}\delta_{n\theta}\right) T_c}{\delta_{nn}\delta_{\theta\theta} - \delta_{n\theta}\delta_{\theta n}} - \frac{\Delta_n \delta_{\theta\theta} - \Delta_\theta \delta_{n\theta}}{\delta_{nn}\delta_{\theta\theta} - \delta_{n\theta}\delta_{\theta n}}, \\
T^{г} &= \frac{\left(\delta^{м}_{nn}\delta_{\theta n} - \delta^{м}_{\theta n}\delta_{nn}\right) N_c + \left(\delta^{м}_{n\theta}\delta_{\theta n} - \delta^{м}_{\theta\theta}\delta_{nn}\right) T_c}{\delta_{n\theta}\delta_{\theta n} - \delta_{nn}\delta_{\theta\theta}} - \frac{\Delta_n \delta_{\theta n} - \Delta_\theta \delta_{nn}}{\delta_{n\theta}\delta_{\theta n} - \delta_{nn}\delta_{\theta\theta}}.
\end{aligned}
\tag{8}
$$

Из формул (5), (7), (8) нетрудно усмотреть, что, если жесткость крепи бесконечно велика и $\Delta = 0$, то $N^{г} = N_c$, $T^{г} = T_c$. В этом случае в горном массиве сохраняется природное гравитационное поле напряжений.

Поступило
12 II 1951

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] И. В. Родин, Изв. АН СССР, ОТН, № 12 (1950).