

Е. М. МИНСКИЙ

О ТУРБУЛЕНТНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

(Представлено академиком А. Н. Колмогоровым 29 III 1951)

При добыче природного газа в призабойной зоне газоносного пласта всегда имеет место турбулентная фильтрация. Хотя эта зона невелика, влияние ее на режим движения газа в системе пласт — скважина весьма значительно в силу резкого возрастания сопротивления в ней. В настоящее время не существует достаточно общей формулы, связывающей перепад давления в пласте с характеристиками пласта. Целью настоящей заметки является установление такой формулы на основании имеющихся экспериментальных данных.

Из общих физических соображений следует, что перепад давления $\partial p / \partial x$ при фильтрации должен зависеть от свойств газа: его плотности ρ и вязкости μ , скорости фильтрации u и геометрических характеристик пористой среды: среднего поперечного размера поровых каналов l , среднего диаметра частиц d , формирующих пористую среду, и пористости среды m (определение величины l будет дано ниже).

В безразмерной форме коэффициент сопротивления $\zeta = \frac{\partial p}{\partial x} \frac{l}{2\rho u^2}$ должен зависеть от числа $Re^* = \rho ul / \mu$, отношения геометрических размеров d/l и пористости среды m . При малых числах Re^* преобладает ламинарная фильтрация, и коэффициент сопротивления ζ^* практически зависит только от Re^* . При больших числах Re^* , на режиме турбулентной автомодельности, коэффициент сопротивления не зависит от Re^* и определяется только геометрией среды, т. е. отношением d/l и m . Отношение d/l характеризует извилистость, или «макросероховатость» поровых каналов, и именно это отношение определяет величину коэффициента сопротивления при турбулентном режиме.

Характер изменения коэффициента сопротивления при фильтрации аналогичен характеру изменения этого коэффициента при течении по трубам или при обтекании тел. При малых Re коэффициент сопротивления должен быть обратно пропорционален Re , при больших Re он становится постоянным и зависит только от макросероховатости d/l . Характер изменения коэффициента сопротивления в переходной области определяется характером возникновения турбулентности. При фильтрационном движении турбулентность возникает в отдельном поровом канале в силу нарушения плавности обтекания песчинок. Она распространяется на весь поток не внезапно, как это имеет место в шероховатых трубах, а постепенно, по мере того как турбулентное движение возникает во всех поровых каналах. Поэтому в переходной области нет резкого возрастания коэффициента сопротивления. С другой стороны, в силу крайней извилистости поровых каналов, турбулентность возникает при очень малых числах Re и переход от ламинарного режима к режиму турбулентной автомодельности происходит очень быстро.

Высказанные соображения позволяют для коэффициента сопротивления при фильтрации применить на всем диапазоне чисел Re одну двухчленную формулу вида

$$\zeta^* = \frac{a}{\text{Re}^*} + \Delta\left(\frac{d}{l}, m\right), \quad (1)$$

где a — постоянный коэффициент, а Δ — неизвестная функция.

При малых значениях Re^* величина Δ должна быть мала сравнительно с величиной отношения a/Re^* ; при больших же Re^* отношение a/Re^* становится незначительным сравнительно с величиной Δ^* .

При малых Re^* формула (1) должна в пределе переходить в обычный линейный закон фильтрации (Дарси). Это обстоятельство дает возможность определить коэффициент a и вид геометрического масштаба поровых каналов l . Линейный закон обычно записывается в форме

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\mu}{k} u, \quad (2)$$

где k — коэффициент фильтрации, имеющий размерность квадрата длины. Сравнивая формулу (2) с первым членом формулы (1), получим, что геометрический размер l должен быть пропорционален \sqrt{k}^{**} . Величина коэффициента пропорциональности войдет в коэффициент a . Преобразуя (1) с помощью (2), получим:

$$\zeta^* = \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\sqrt{k}}{2\rho u^2} = \frac{1}{2} \frac{1}{\frac{\rho \sqrt{k} u}{\mu}} + \bar{\Delta}\left(\frac{d}{\sqrt{k}}, m\right). \quad (3)$$

Величина поправки Δ была определена автором в результате обработки экспериментальных данных Фенчера, Льюиса и Бернса (1), которые произвели измерения сопротивления на 27 образцах различных песчаников. Турбулентный режим был получен только при испытании некоторых образцов.

Приведенные в работе значения коэффициентов сопротивления ζ и чисел Re относятся не к размерам поровых каналов, а к диаметру частиц, образующих пористую среду. Поэтому нам пришлось обрабатывать опыты по несколько измененной формуле, а именно:

$$\zeta = \frac{0,5}{\left[\frac{\sqrt{k}}{d}\right]^2 \text{Re}} + \Delta_1, \quad (4)$$

где

$$\zeta = \frac{\partial p}{\partial x} \frac{d}{2\rho u^2} = \zeta^* \frac{d}{\sqrt{k}}, \quad \text{Re} = \frac{\rho u d}{\mu} = \text{Re}^* \frac{d}{\sqrt{k}}.$$

Результаты опытов показаны на рис. 1 в координатах ζ и $\text{Re}_1 = \left[\frac{\sqrt{k}}{d}\right]^2 \text{Re}$. По графику были вычислены значения Δ_1 . Было установлено, что Δ_1 возрастает пропорционально кубу отношения d/\sqrt{k} и обратно пропорционально пористости m .

В результате получены формулы:

$$\zeta = \frac{0,5}{\left[\frac{\sqrt{k}}{d}\right]^2 \text{Re}} + \frac{6 \cdot 10^{-5}}{m} \left[\frac{d}{\sqrt{k}}\right]^3 \quad (5)$$

* Формула такого вида была успешно применена Г. А. Адамовым для коэффициента сопротивления при движении воздуха через фильтры, выполненные из тканей, ваты и т. п.

** Насколько известно автору, поперечный размер поровых каналов был впервые введен в рассмотрение М. Д. Миллионщиковым, который полагал $l = \sqrt{k}/m$.

ИЛИ

$$\zeta^* = \frac{0,5}{Re^*} + \frac{6 \cdot 10^{-6}}{m} \left[\frac{d}{\sqrt{k}} \right]^3, \quad (6)$$

где \sqrt{k} и d в сантиметрах, а величина постоянного коэффициента определена по данным рис. 1. Вычисленные по формуле (5) значения ζ представлены на рис. 1 сплошными кривыми. Величина коэффициента $6 \cdot 10^{-6}$ взята с некоторым запасом. На графике нанесены пунктиром кривые, соответствующие значению коэффициента $5 \cdot 10^{-6}$,

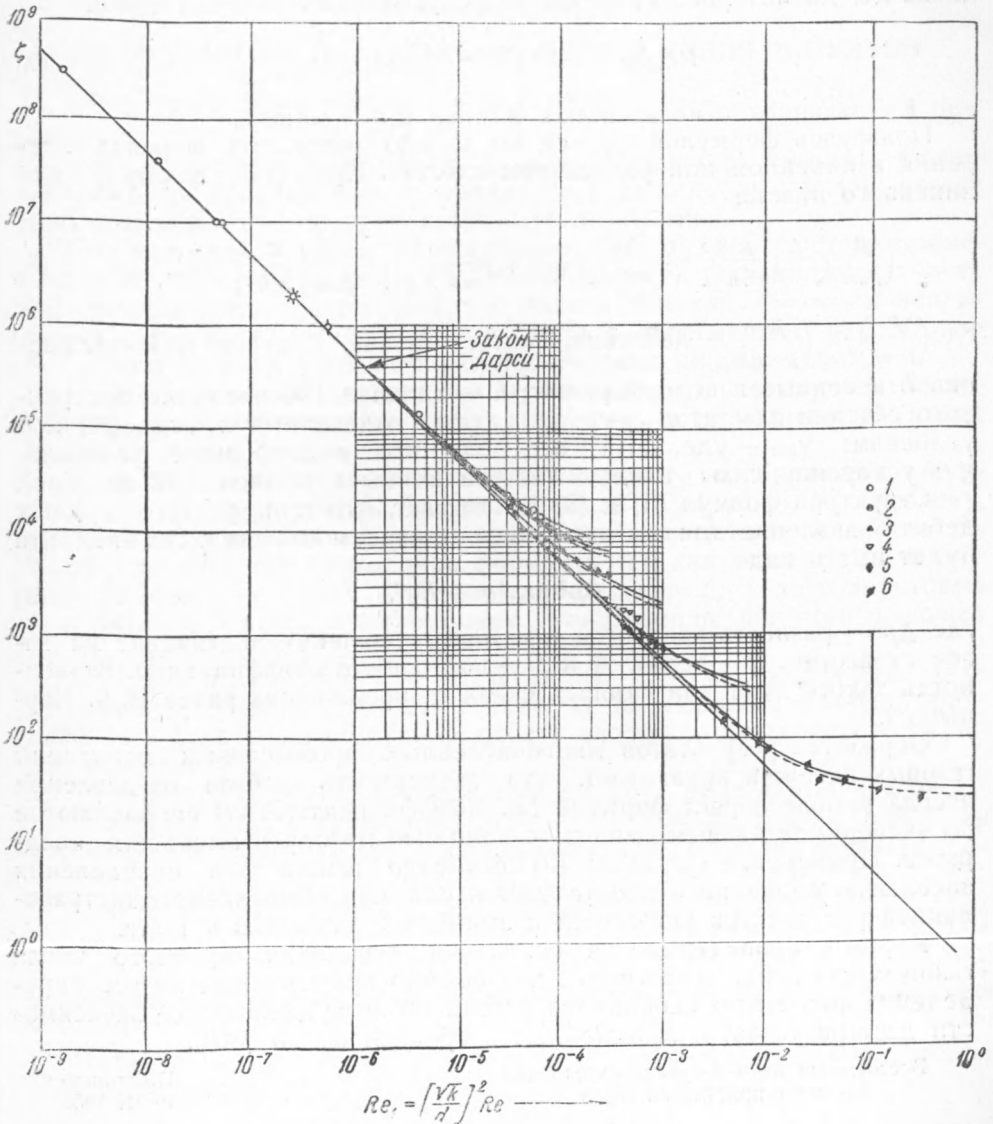


Рис. 1. Сплошные линии — $\zeta = \frac{0,5}{[\sqrt{k}/d]^2 Re} + \frac{6 \cdot 10^{-6}}{m} \left[\frac{d}{\sqrt{k}} \right]^3$ пунктирные линии — $\zeta =$

$$= \frac{0,5}{[\sqrt{k}/d]^2 Re} + \frac{5 \cdot 10^{-6}}{m} \left[\frac{d}{\sqrt{k}} \right]^3. \quad 1 - \text{кривая № 9, 2 - № 8, 3 - № 11, 4 - № 20,}$$

5 — № 22, 6 — нецементированные пески

которое для некоторых образцов дает несколько заниженные значения*.

Формулы (5) и (6) применимы для любых значений числа Re . При применении этих формул теряет смысл понятие критического значения числа Re , соответствующего переходу от ламинарной фильтрации к турбулентной. Однако в ряде случаев, с целью упрощения расчетов, может оказаться удобным выделить область преимущественного влияния ламинарной фильтрации — область, где можно пренебрегать величиной Δ . Задаваясь некоторой величиной ошибки в определении ζ , вызываемой пренебрежением Δ , можно найти предельное значение числа Re , до которого приближенно справедлив линейный закон

$$Re_{прод} = 0,833 \cdot 10^4 \frac{\sqrt{k}}{d} m \frac{\delta}{1-\delta}, \quad (7)$$

где δ — заданная относительная ошибка в величине ζ .

Пользуясь формулой (5) или (6), можно вычислить перепад давлений в линейном или радиальном пластах. Приводим формулу для линейного пласта:

$$\left(\frac{p}{p_{ат}}\right)_н^2 - \left(\frac{p}{p_{ат}}\right)_к^2 = \frac{2\mu L}{kF p_{ат}} q_{ат} + \frac{24 \cdot 10^{-5} \gamma_{ат}}{m V k g F^2 p_{ат}} \left[\frac{d}{\sqrt{k}}\right]^2 L q_{ат}^2, \quad (8)$$

где $\left(\frac{p}{p_{ат}}\right)_н$ и $\left(\frac{p}{p_{ат}}\right)_к$ — давления, соответственно, в начале и конце пласта, отнесенные к атмосферному; L — длина и F — площадь поперечного сечения пласта; $q_{ат}$ — расход газа, отнесенный к атмосферным условиям; $\gamma_{ат}$ — удельный вес газа при атмосферных условиях; g — ускорение силы тяжести (все величины в технической системе).

Структура формул (5) и (8) показывает, что при расчете кривых дебит — давление для газовых скважин зависимость давления от дебита будет иметь вид

$$\Delta p^2 = Aq + Bq^2, \quad (9)$$

где Δp^2 — разность квадратов пластового давления и давления на забое скважины, q — дебит, A и B — постоянные коэффициенты. Зависимость такого типа для газовых скважин предложена ранее И. А. Чарным⁽³⁾.

Обработка результатов многочисленных промысловых испытаний газовых скважин показывает, что зависимость дебита от давления всегда удовлетворяет формуле (9). Коэффициенты A и B определяются по экспериментальным данным с помощью метода наименьших квадратов. Применение формулы (9) особенно важно для определения абсолютно свободного дебита газовых скважин, вычисляемого экстраполяцией результатов испытаний к забойному давлению в 1 ата.

Расчеты, проведенные на основании испытаний большого числа газовых скважин, показывают, что обычно применяемый метод определения абсолютно свободного дебита по логарифмической зависимости дает результаты, завышенные в среднем на 25–30%.

Всесоюзный научно-исследовательский
институт природных газов

Поступило
10 III 1951

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ М. Маскет, Течение однородных жидкостей в пористой среде, М., 1949.
² С. М. Коган, Сборн. За новое советское энергооборудование, 1939. ³ И. А. Чарный, Изв. АН СССР, ОТН, № 6 (1950).

* Автором проведено сравнение предлагаемой формулы (5) с опытами Линдквиста⁽¹⁾ (фильтрация через дробь) и опытами С. М. Когана⁽²⁾ (фильтрация через слой угля), совпадение экспериментальных данных с расчетами вполне удовлетворительное.