



Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный технический
университет имени П.О. Сухого»

Кафедра «Теоретические основы электротехники»

**ЦЕПИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО
ПЕРИОДИЧЕСКОГО ТОКА**
ПРАКТИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ
по выполнению лабораторных работ
по курсу «Теоретические основы электротехники»
для студентов электротехнических специальностей
дневной и заочной форм обучения

Гомель 2006

УДК 621.3.011(075.8)
ББК 31.21я73
Ц40

*Рекомендовано научно-методическим советом
энергетического факультета ГГТУ им. П. О. Сухого*

Автор-составитель: *С. А. Грачев, В. В. Соленков*

Рецензент: канд. техн. наук, доц. каф. «Электроснабжение» *А. Г. Ус*

Ц40 **Цепи** несинусоидального периодического тока : практ. пособие по выполнению лаб. работ по курсу «Теоретические основы электротехники» для студентов электротехн. специальностей днев. и заоч. форм обучения / авт.-сост.: С. А. Грачев, В. В. Соленков. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2006. – 32 с.– Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Mb RAM ; свободное место на HDD 16 Mb ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: <http://gstu.local/lib>. – Загл. с титул. экрана.

Практическое пособие содержит теоретические сведения и задания по выполнению двух лабораторных работ по курсу «Теоретические основы электротехники», а также расчеты и экспериментальные исследования, контрольные вопросы и литературу для самостоятельного изучения.

Для студентов электротехнических специальностей дневной и заочной форм обучения.

УДК 621.3.011.7(075.8)
ББК 31.21я73

© Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», 2006

Данное практическое пособие является третьей частью лабораторного практикума по курсу “Теоретические основы электротехники” для студентов электротехнических специальностей и содержит краткие теоретические сведения и задания по выполнению расчетно-лабораторных работ по разделу “Цепи с периодическими несинусоидальными токами и напряжениями”. В работах даны схемы и задания на теоретические расчеты и экспериментальные исследования, контрольные вопросы и литература для самостоятельного изучения.

Практическое пособие предназначено для студентов электротехнических специальностей всех форм обучения, изучающих курс “Теоретические основы электротехники”.

ВВЕДЕНИЕ

Настоящее пособие является третьей частью лабораторного практикума, содержащего рекомендации по применению стендов УИЛС в учебном процессе, а также описания расчетно-лабораторных работ (РЛР). Методическое пособие составлено в соответствии с программой курса “Теоретические основы электротехники” и предназначено для студентов электротехнических специальностей дневного и заочного отделений. Оно содержит описание РЛР по анализу установившихся режимов в линейных цепях с периодическими несинусоидальными токами и напряжениями. Для выполнения этих РЛР используется блок переменного напряжения, расположенный слева в средней части пульта (рис. В.1, поз.2), а также блоки 6, 7, 8.

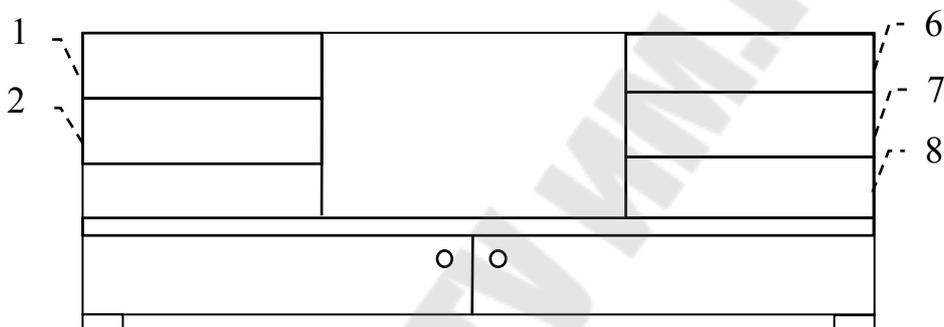


Рис. В.1

Блок переменного напряжения (рис. В.2) представляет собой регулируемый стабилизированный источник, обеспечивающий напряжение 5...25 В и ток до 1 А при частоте 0,1...8,0 кГц. На лицевой панели слева направо расположены:

- 1 и 4 – тумблер и контрольная лампа источника питания;
- 5 – переключатель выбора формы кривой напряжения (положение \sim или \square).

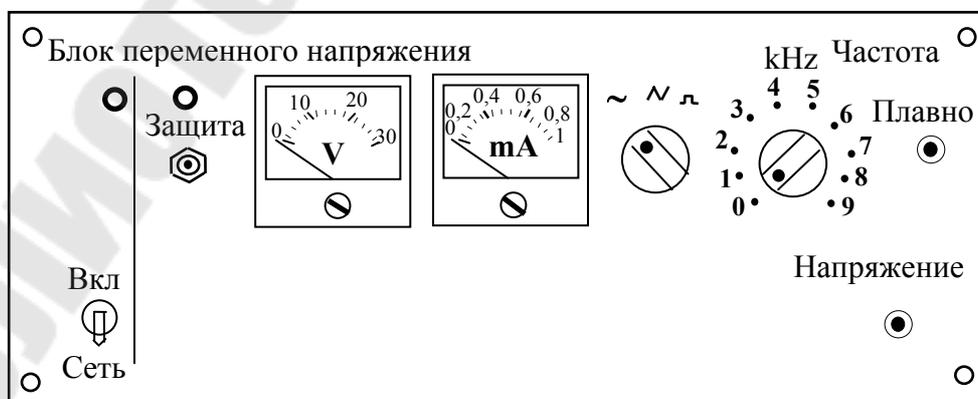


Рис. В.2

Расчетно-практическая работа N 3.1

Графо-аналитический анализ несинусоидальных периодических электрических величин

Цели работы

- применение на практике графо-аналитического метода разложения несинусоидальных периодических функций произвольной формы в ряд Фурье;
- приобретение навыков построения таких функций по их гармоническим составляющим.

Программа работы

1. Снять осциллограмму несинусоидальной периодической функции тока или напряжения в соответствии с вариантом задания.
2. Графо-аналитическим методом разложить кривую п.1 в ряд Фурье, определив коэффициенты A_0 , B_{km} и C_{km} , а затем амплитуды и начальные фазы трех первых гармонических составляющих.
3. Записать мгновенные значения несинусоидального тока или напряжения.
4. Построить кривые тока или напряжения по результатам п.2 и сравнить с кривой по п.1.
5. Рассчитать действующие значения тока или напряжения по разложению п.2 и определить коэффициенты, характеризующие кривую п.1.

Краткие сведения из теории

В процессе выработки, распределения и потребления электроэнергии возникают искажения формы синусоидального напряжения или тока. Анализ электрических цепей, в которых действуют несинусоидальные периодические ЭДС, напряжения и токи, упрощается, если эти кривые разложить в ряд Фурье.

Как известно, всякая периодическая функция $f(t)$, удовлетворяющая условиям Дирихле^{*}, может быть разложена в тригонометрический ряд

* Все периодические функции, имеющие место в электротехнике, удовлетворяют условиям Дирихле, т.е. имеют на всяком конечном интервале конечное число разрывов первого рода и конечное число максимумов и минимумов. Следовательно, производить проверку на выполнение этих условий не требуется.

$$\begin{aligned}
 f(t) &= A_0 + A_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + A_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2) + \dots \\
 &+ A_{km} \sin(k\omega t + \psi_k) + \dots = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{km} \sin(k\omega t + \psi_k), \quad (1.1)
 \end{aligned}$$

где A_0 - постоянная составляющая функции $f(t)$;
 $A_{1m} \sin(\omega t + \psi_1)$ - первая (или основная) гармоника;
 $A_{km} \sin(k\omega t + \psi_k)$ - высшая гармоника порядка $k > 1$ (k -я гармоника);
 A_{km} и ψ_k - амплитуда и начальная фаза k -й гармоники.

Так как

$$\begin{aligned}
 A_{km} \sin(k\omega t + \psi_k) &= A_{km} \cos \psi_k \sin k\omega t + A_{km} \sin \psi_k \cos k\omega t = \\
 &= B_{km} \sin k\omega t + C_{km} \cos k\omega t,
 \end{aligned}$$

то ряд (1.1) может быть записан иначе

$$\begin{aligned}
 f(t) &= A_0 + B_{1m} \sin \omega t + B_{2m} \sin 2\omega t + \dots + B_{km} \sin k\omega t + \dots + \\
 &+ C_{1m} \cos \omega t + C_{2m} \cos 2\omega t + \dots + C_{km} \cos k\omega t + \dots = \quad (1.2) \\
 &= A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} B_{km} \sin k\omega t + \sum_{k=1}^{\infty} C_{km} \cos k\omega t.
 \end{aligned}$$

Постоянную составляющую A_0 и коэффициенты B_{km} и C_{km} вычисляют при помощи следующих интегралов

$$\left. \begin{aligned}
 A_0 &= \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) d\omega t; \\
 B_{km} &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin k\omega t dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \sin k\omega t d\omega t; \\
 C_{km} &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos k\omega t dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \cos k\omega t d\omega t.
 \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

Зная коэффициенты A_0 , B_{km} и C_{km} , можно перейти от формулы ряда (1.2) к формуле (1.1). При этом амплитуда A_{km} и начальная фаза ψ_k k -той гармоники определяются по соотношениям

$$\left. \begin{aligned} A_{km} &= \sqrt{B_{km}^2 + C_{km}^2}; \\ \psi_k &= \operatorname{arctg} \frac{C_{km}}{B_{km}}. \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

Величина угла ψ_k зависит от четверти, в которой он находится

$$\begin{aligned} 0 < \psi_k < 90^\circ, & \quad \text{если } B_{km} > 0 \text{ и } C_{km} > 0; \\ 90^\circ < \psi_k < 180^\circ, & \quad \text{если } B_{km} < 0 \text{ и } C_{km} > 0; \\ 180^\circ < \psi_k < 270^\circ, & \quad \text{если } B_{km} < 0 \text{ и } C_{km} < 0; \\ 270^\circ < \psi_k < 360^\circ, & \quad \text{если } B_{km} > 0 \text{ и } C_{km} < 0. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Периодические кривые правильной формы (трапецеидальной, треугольной, прямоугольной и т.п.) имеют относительно простое аналитическое описание. Их разложение в ряд Фурье производят графоаналитическим методом, который предполагает замену определенного интеграла в формулах (1.3) суммой конечного числа слагаемых.

В процессе замены поступают следующим образом:

1) период функции $f(t)$, равный 2π радиан, разбивают на p равных участков $\Delta\varphi$, при этом

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{p}; \quad (1.6)$$

2) определяют в серединах этих участков, т.е. в точках $\varphi_n = (n - 0,5)\Delta\varphi$ значения функции f_n , которые равны

$$f_n = f[(n - 0,5)\Delta\varphi], \quad (1.7)$$

где $n = 1, 2, 3, \dots, p$;

3) вычисляют

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) d\omega t \approx \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^p f_n \Delta\varphi = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^p f_n \frac{2\pi}{p} = \frac{1}{p} \sum_{n=1}^p f_n. \quad (1.8)$$

$$\begin{aligned} B_{km} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \sin k\omega t d(\omega t) \approx \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^p f_n \sin[k(n - 0,5)\Delta\varphi] \Delta\varphi = \\ &= \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^p f_n \sin\left[k(n - 0,5) \frac{2\pi}{p}\right] \frac{2\pi}{p} = \frac{2}{p} \sum_{n=1}^p f_n \sin\left[\frac{2k\pi}{p}(n - 0,5)\right]. \end{aligned} \quad (1.9)$$

По аналогии

$$C_{km} = \frac{2}{p} \sum_{n=1}^p f_n \cos \left[\frac{2k\pi}{p} (n - 0,5) \right]. \quad (1.10)$$

4) амплитуды и начальные фазы отдельных гармоник определяют по соотношениям (1.4).

В качестве примера рассмотрим разложение несинусоидальной периодической функции в ряд Фурье, представленный на рис.1.1.

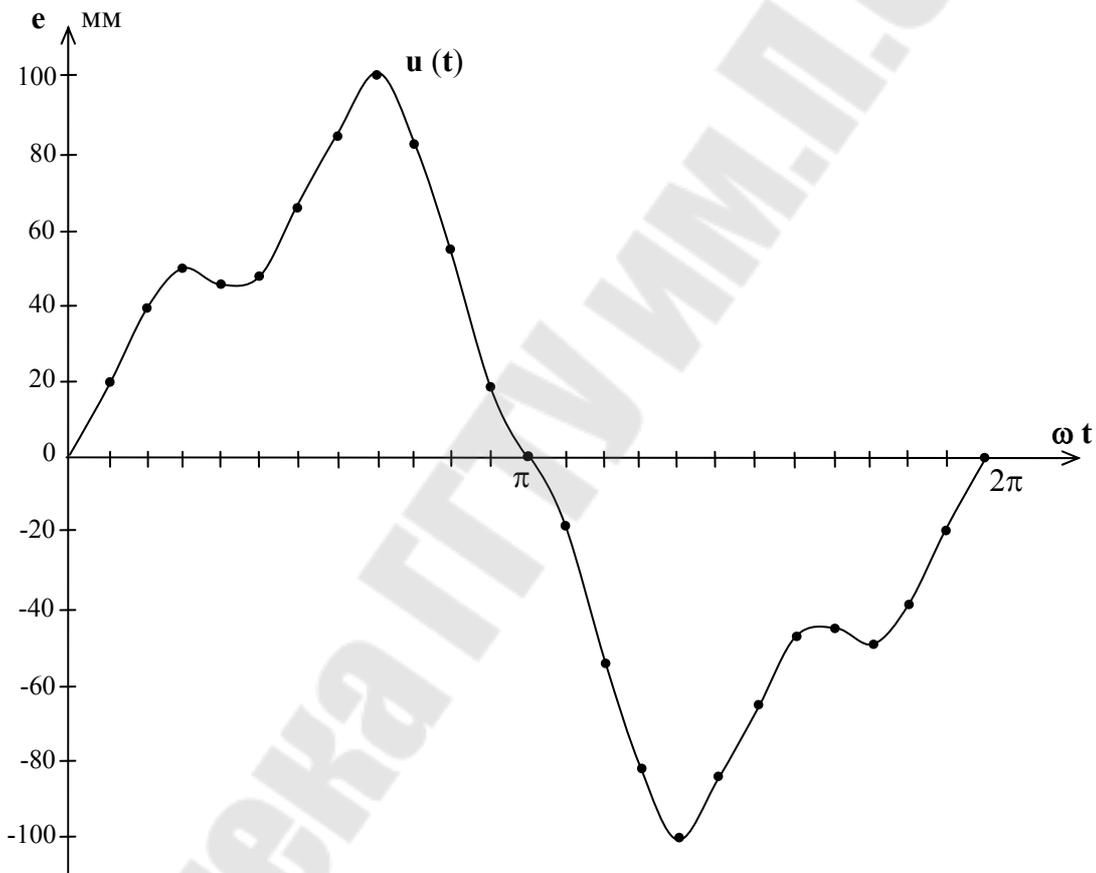


Рис. 1.1

1. Разобьем период функции на 24 части, т.е. $p = 24$, т.к. функция симметрична относительно оси абсцисс ($A_0 = 0$), то расчет проведем только для половины периода, тогда коэффициенты B_{km} и C_{km} , определяемые по зависимостям (1.8) и (1.9), будут иметь вид

$$B_{km} = \frac{4}{p} \sum_{n=1}^{12} \ell_n \sin n \alpha, \quad (1.11)$$

$$C_{km} = \frac{4}{p} \sum_{n=1}^{12} \ell_n \cos n \alpha, \quad (1.12)$$

где $n = 1, 2, 3 \dots$, p – номер участка разбиения, $\alpha = \frac{2k\pi}{p}$. Расчетные значения ℓ_n , $\sin n \alpha$, $\cos n \alpha$ занесем в табл.1.1.

Таблица 1.1

n	Гармоники									Значение ординат ℓ_n (мм)	ℓ_n^2
	Первая			Третья			Пятая				
	α°	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	3α	$\sin 3\alpha$	$\cos 3\alpha$	5α	$\sin 5\alpha$	$\cos 5\alpha$		
1	15	0,259	0,966	45	0,707	0,707	75	0,966	0,259	21	441
2	30	0,5	0,866	90	1,0	1,0	150	0,5	-0,866	39	1521
3	45	0,707	0,707	135	0,707	-0,707	225	-0,707	-0,707	50	2500
4	60	0,866	0,5	180	0	-1,0	300	-0,866	0,5	47	2209
5	75	0,966	0,259	225	-0,707	-0,707	15	0,259	0,966	48	2304
6	90	1,0	0	270	-1,0	0	90	1,0	0	63	3969
7	105	0,966	-0,259	315	-0,707	0,707	165	0,259	-0,966	89	7291
8	120	0,866	-0,5	360	0	1,0	240	-0,866	-0,5	101	10210
9	135	0,707	-0,707	45	0,707	0,707	315	-0,707	0,707	83	6889
10	150	0,5	-0,866	90	1,0	0	30	0,5	0,866	47	2209
11	165	0,259	-0,966	135	0,707	-0,707	105	0,966	-0,259	19	361
12	180	0	-1,0	180	0	-1,0	180	0	-1,0	0	0

Значения ординат ℓ_n взяты из рис. 1.2.

2. По формулам (1.11), (1.12) вычислим коэффициенты B_{1m} , C_{1m}

$$B_{1m} = \frac{4}{24} (21 \cdot 0,259 + 39 \cdot 0,5 + 50 \cdot 0,707 + 47 \cdot 0,866 + 48 \cdot 0,966 + 63 \cdot 1 + 89 \cdot 0,966 + 101 \cdot 0,866 + 83 \cdot 0,707 + 47 \cdot 0,5 + 19 \cdot 0,259) = 78,7 \text{ мм};$$

$$C_{1m} = \frac{4}{24} [(21 \cdot 0,966 + 39 \cdot 0,866 + 50 \cdot 0,707 + 47 \cdot 0,5 + 48 \cdot 0,259 + 63 \cdot 0 + 89 \cdot (-0,259) + 101 \cdot (-0,5) + 83 \cdot (-0,707) + 47 \cdot (-0,866) + 19 \cdot (-0,966)] = -10,8 \text{ мм}.$$

3. По зависимости (1.4) определим A_{1m} и ψ_1

$$A_{1m} = \sqrt{78,7^2 + (-10,8)^2} = 79,5 \text{ мм};$$

$$\psi_1 = \text{arctg} \frac{-10,8}{78,7} = -7^\circ 50'.$$

4. Учитывая масштаб по горизонтальной оси $m_{\psi_1} = 1$ град/мм, сдвиг первой гармоники относительно исследуемой кривой будет

$$\psi_{1m} = -7^\circ 50' \cdot m_{\psi_1} \approx -8 \text{ мм.}$$

5. Аналогично рассчитываются A_{3m} , A_{5m} , ψ_3 , ψ_5

$$A_{3m} = 19,6 \text{ мм; } A_{5m} = 9,3 \text{ мм; } \psi_3 = 66^\circ 30'; \psi_5 = -140^\circ 30';$$

$$\psi_3 = 66^\circ 5' \cdot \frac{m_{\psi_1}}{3} = 22,2 \text{ мм; } \psi_5 = -140^\circ 5' \cdot \frac{m_{\psi_1}}{5} = -28,1 \text{ мм.}$$

6. Для выражения амплитуд гармоник в вольтах необходимо определить масштаб наших построений

$$l_{\text{ср.кв}} = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{12} l_n^2}{12}} = \sqrt{\frac{40236}{12}} = 57,9 \text{ мм,}$$

тогда масштаб определится

$$m_U = \frac{U_{\text{изм}}}{l_{\text{ср.кв}}} = \frac{61}{57,9} = 1,055 \text{ В/мм,}$$

где $U_{\text{изм}}$ - заданное несинусоидальное напряжение, измеренное вольтметром.

7. Величины, характеризующие гармоники и исследуемое напряжение, занесем в табл. 1.2.

Таблица 1.2

Гармонические составляющие	Амплитуда l_n (мм)	Напряжение		
		U_{mn} (В)	U_n (В)	ψ_n (град)
Первая	79,5	84	59,4	-8
Третья	19,6	20,6	14,5	66,5
Пятая	9,3	9,8	6,9	-140,5
Исследуемое напряжение	101	107	61	0

8. Проверим точность наших расчетов

$$U = \sqrt{U_1^2 + U_3^2 + U_5^2} = \sqrt{59,4^2 + 14,5^2 + 6,9^2} = 61,5 \approx 61 \text{ В.}$$

9. Определим коэффициенты, характеризующие несинусоидальное напряжение

$$\text{- коэффициент амплитуды } K_a = \frac{U_m}{U} = \frac{107}{61} = 1,76,$$

$$\text{- коэффициент формы } K_\phi = \frac{U}{U_{cp}} = \frac{61}{53,5} = 1,14,$$

$$\text{где } U_{cp} = \ell_{cp} m_U = 50,8 \cdot 1,055 = 53,5 \text{ В,}$$

$$\ell_{cp} = \frac{\sum_{n=1}^{12} e_n}{12} = \frac{610}{12} = 50,8 \text{ мм,}$$

$$\text{- коэффициент гармоник } K_\Gamma = \frac{U_{3,5}}{U_1} = \frac{16,1}{59,4} = 0,271,$$

$$\text{где } U_{3,5} = \sqrt{U_3^2 + U_5^2} = \sqrt{14,5^2 + 6,9^2} = 16,1 \text{ В.}$$

Приведем для сравнения аналогичные коэффициенты синусоидальной функции

$$K_a = 1,41, K_\phi = 1,11, K_\Gamma = 0.$$

Порядок и методика проведения исследований

В работе используются:

- регулируемый стабилизированный источник переменного напряжения;
- катушка с ферромагнитным сердечником (элемент 27);
- блок переменных сопротивлений (БПС);
- измерительные приборы и осциллограф, установленные на стенде.

1. Номер варианта задания состоит из двух цифр. Первая цифра указывает величину и частоту напряжения источника питания, а вторая цифра – исследуемое напряжение из таблицы 1.3.

Таблица 1.3

№ варианта		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Величина напряжения	В	15	17	19	21	23	16	18	20	22	24
Частота	Гц	300	320	340	360	380	400	420	450	470	500
Исследуемое напряжение		u_R	u_L								

2. Соберите электрическую цепь по рис.1.3 и снимите кривую тока или напряжения на катушке, используя осциллограф.

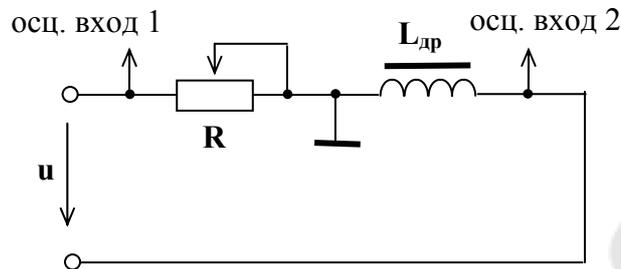


Рис. 1.3

В качестве R используйте БПС, величину которого установите равной 10...20 Ом.

3. Зарисуйте осциллограмму исследуемого напряжения u_R или u_L на миллиметровой бумаге и определите размеры по оси ординат в мм. Проведите измерение действующего значения исследуемого напряжения.

4. Выполните разложение снятой кривой несинусоидального напряжения графо-аналитическим методом и определите амплитуды и начальные фазы первых трех гармонических составляющих по методике, изложенной в разделе “Краткие сведения из теории”.

5. Запишите мгновенное значение исследуемого напряжения, постройте кривую по трем гармоникам, полученным в п.4 и сравните с осциллограммой по п.3.

6. Рассчитайте действующее значение исследуемого напряжения по разложению п.4, определите коэффициенты амплитуды, формы и гармоник и сравните их с коэффициентами синусоидальной функции. Сделайте выводы по работе.

Контрольные вопросы

1. В каких случаях возникают несинусоидальные токи и напряжения в электрических цепях ?

2. Какие виды симметрии несинусоидальных кривых вы знаете и как они сказываются на гармоническом составе ?

3. Запишите общий вид разложения в ряд Фурье периодической несинусоидальной функции.

4. Объясните методику графо-аналитического метода разложения несинусоидальных периодических электрических величин в ряд Фурье.

5. Как вычисляются коэффициенты разложения A_0 , B_{km} , C_{km} ?

6. По каким зависимостям вычисляют амплитуды и начальные фазы гармонических составляющих?

7. Запишите выражения для определения действующих значений несинусоидальных напряжения или тока.

8. Дайте определение коэффициентов: амплитуды, формы и гармоник, характеризующие несинусоидальную величину.

9. Приборами каких систем можно измерить:

- действующее значение,
- среднее по модулю значение,
- амплитудное значение

несинусоидального тока или напряжения.

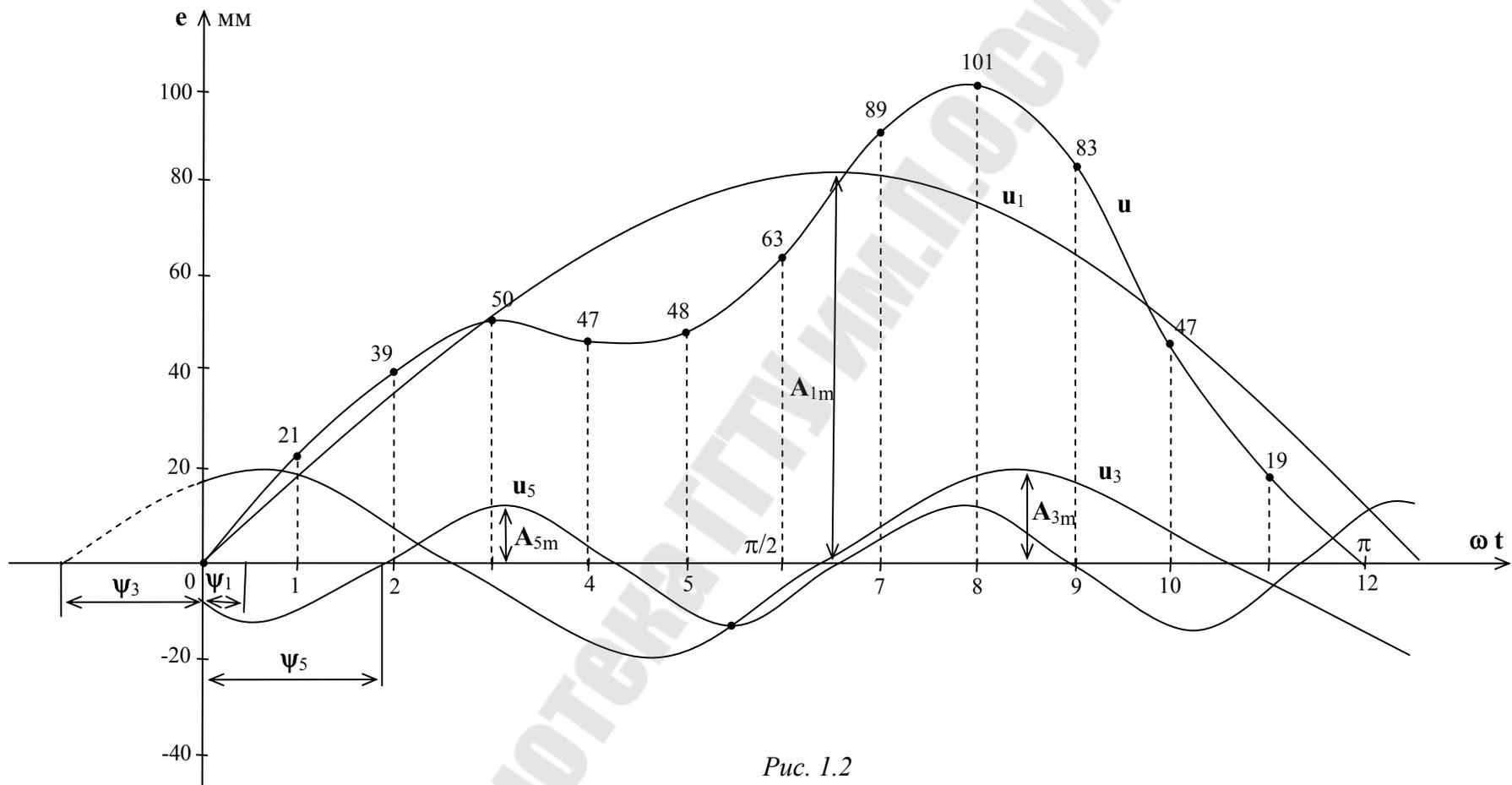


Рис. 1.2

Расчетно-лабораторная работа N 3.2

Анализ электрической цепи, содержащей источник несинусоидального напряжения

Цели работы

- изучить методику комплексного исследования однофазной электрической цепи периодического несинусоидального тока;
- выяснить особенности экспериментального и расчетного анализов цепи периодического несинусоидального тока.

Программа работы

1. Разложить входное несинусоидальное напряжение цепи на гармонические составляющие.
2. Рассчитать мгновенные значения токов ветвей и напряжений катушки и конденсатора.
3. Определить действующие значения рассчитанных напряжений и токов.
4. Рассчитать активные мощности элементов и цепи в целом.
5. Снять осциллограммы и произвести измерения токов ветвей и напряжений на индуктивных катушках и конденсатора.

Краткие сведения из теории

Порядок расчета электрических цепей с несинусоидальными токами следующий:

1. ЭДС или напряжение источника несинусоидального тока представляется в виде ряда Фурье.
2. В соответствии с п.1 источник условно заменяют несколькими источниками питания, соединенными последовательно (рис.2.1), где $e_1 = E_{1m} \sin(\omega t + \psi_1)$, $e_k = E_{km} \sin(k \omega t + \psi_k)$.

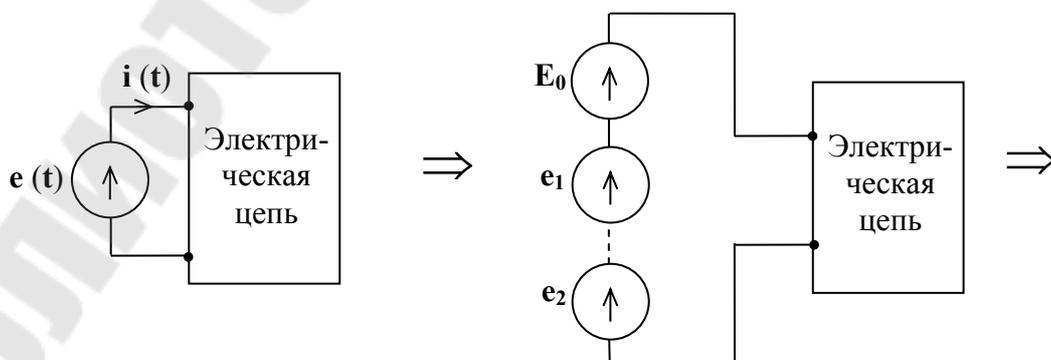


Рис. 2.1

3. Поочередно рассчитывают токи в ветвях и напряжения на заданных участках цепи, возникающие под действием каждой составляющей ЭДС в отдельности (рис. 2.2).

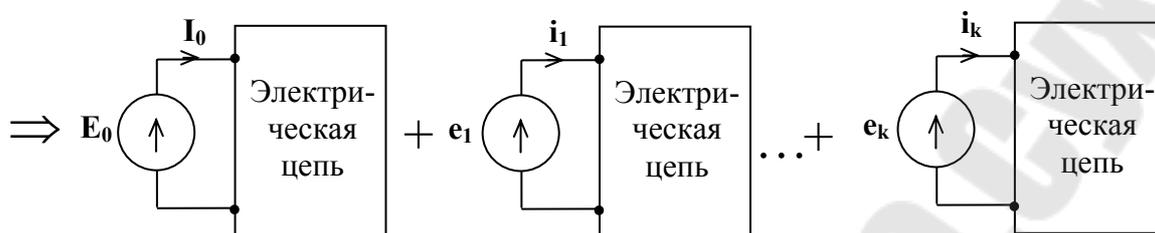


Рис. 2.2

Примечания

✓ При расчете токов и напряжений, возникающих от действия постоянной составляющей ЭДС E_0 , необходимо иметь в виду, что падение напряжения на индуктивности L при постоянном токе равно нулю ($X_L = 2\pi f L = 0$, т.к. $f = 0$), а постоянный ток через емкость C не протекает ($X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \infty$).

✓ Следует также учитывать, что индуктивное сопротивление X_L растет прямо пропорционально частоте, а емкостное сопротивление уменьшается с ростом частоты. Поэтому, для k -той гармоники X_{Lk} в k раз больше, а X_{Ck} в k раз меньше, чем соответствующие реактивные сопротивления для первой гармоники $X_{Lk} = k \omega L = k X_{L(1)}$,

$$X_{Ck} = \frac{1}{k \omega C} = \frac{X_{C(1)}}{k}.$$

Рассмотрим пример расчета схемы (рис.2.3) со следующими параметрами на основной частоте: $\omega_1 L = 12$ Ом, $\frac{1}{\omega_1 C} = 30$ Ом, $R_1 = 6$ Ом, $R_2 = 5$ Ом, $R_3 = 20$ Ом, напряжение источника питания

$$\begin{aligned} u(t) &= U_0 + U_{m(1)} \sin \omega_1 t + U_{m(3)} \sin(3\omega_1 t + \psi_3) = \\ &= 30 + 100 \sin \omega_1 t + 40 \sin(3\omega_1 t + 20^\circ) \text{ В.} \end{aligned}$$

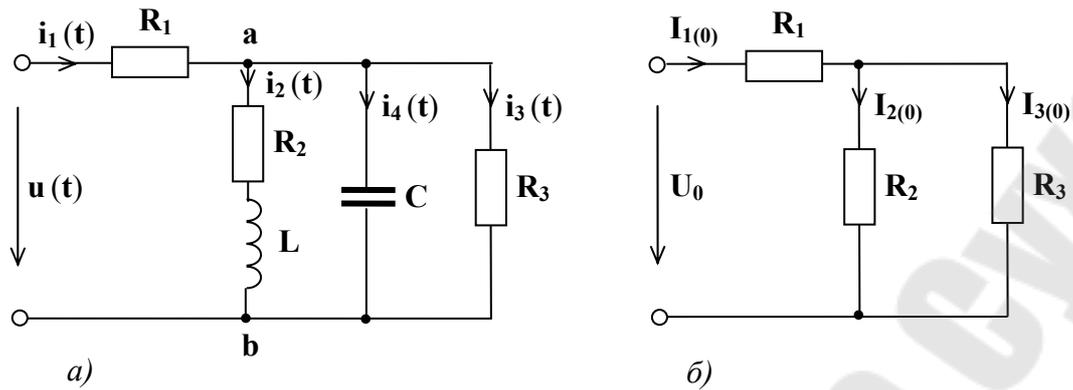


Рис. 2.3

Решение

1. Расчет постоянной составляющей (рис. 2.3б). Эквивалентное сопротивление цепи и постоянные составляющие токов ветвей определим по формулам

$$R_{\text{эк}(0)} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 6 + \frac{5 \cdot 20}{5 + 20} = 10 \text{ Ом},$$

$$I_{1(0)} = \frac{U_0}{R_{\text{эк}(0)}} = \frac{30}{10} = 3 \text{ А}, \quad I_{2(0)} = I_{1(0)} \frac{R_3}{R_2 + R_3} = 3 \frac{20}{5 + 20} = 2,4 \text{ А},$$

$$I_{3(0)} = I_{1(0)} - I_{2(0)} = 3 - 2,4 = 0,6 \text{ А}, \quad I_{4(0)} = 0.$$

2. Расчет для первой гармоники (рис. 2.3а). Определим комплексное сопротивление трех параллельных ветвей

$$\frac{1}{\underline{Z}_{ab(1)}} = \frac{1}{\underline{Z}_{2(1)}} + \frac{1}{\underline{Z}_{3(1)}} + \frac{1}{\underline{Z}_{4(1)}} = \frac{1}{5 + j12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{-j30} = (79,6 - j37,7) \cdot 10^{-3} \text{ См},$$

отсюда

$$\underline{Z}_{ab(1)} = \frac{1}{(79,6 - j37,7) \cdot 10^{-3}} = 11,4 e^{j25^\circ 20'} = 10,25 + j4,83 \text{ Ом}.$$

Комплексное сопротивление всей цепи

$$\underline{Z}_{\text{эк}} = R_1 + \underline{Z}_{ab(1)} = 16,25 + j4,83 = 17 e^{j16,5^\circ} \text{ Ом}.$$

Комплексные максимальные токи и напряжение на параллельных ветвях

$$\underline{I}_{1m(1)} = \frac{\underline{U}_{m(1)}}{\underline{Z}_{эк(1)}} = \frac{100}{17 e^{j16,5^\circ}} = 5,88 e^{-j16,5^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{U}_{abm(1)} = \underline{I}_{1m(1)} \underline{Z}_{ab(1)} = 5,88 e^{-j16,5^\circ} \cdot 11,4 e^{j25^\circ 20'} = 67 e^{j8^\circ 50'} \text{ В};$$

$$\underline{I}_{2m(1)} = \frac{\underline{U}_{abm(1)}}{\underline{Z}_{2(1)}} = \frac{67 e^{j8^\circ 50'}}{5 + j12} = 5,15 e^{-j58,5^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{3m(1)} = \frac{\underline{U}_{abm(1)}}{\underline{Z}_{3(1)}} = \frac{67 e^{j8^\circ 50'}}{20} = 3,35 e^{j8^\circ 50'} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{4m(1)} = \frac{\underline{U}_{abm(1)}}{\underline{Z}_{4(1)}} = \frac{67 e^{j8^\circ 50'}}{-j30} = 2,23 e^{j98^\circ 50'} \text{ А}.$$

3. Расчет для третьей гармоники (рис.2.3а). Определим сопротивление трех параллельных ветвей

$$\begin{aligned} \frac{1}{\underline{Z}_{ab(3)}} &= \frac{1}{\underline{Z}_{2(3)}} + \frac{1}{\underline{Z}_{3(3)}} + \frac{1}{\underline{Z}_{4(3)}} = \frac{1}{\mathbf{R}_2 + j3\omega_1 \mathbf{L}} + \frac{1}{\mathbf{R}_3} + \frac{1}{-j\frac{1}{3\omega_1 \mathbf{C}}} = \\ &= \frac{1}{5 + j36} + \frac{1}{20} + \frac{1}{-j10} = (53,77 + j72,8) \cdot 10^{-3} \text{ См}; \end{aligned}$$

$$\underline{Z}_{ab(3)} = 6,56 - j8,9 = 11,05 e^{-j53^\circ 35'} \text{ Ом}.$$

Комплексное сопротивление всей цепи

$$\underline{Z}_{эк(3)} = \mathbf{R}_1 + \underline{Z}_{ab(3)} = 12,56 - j8,9 = 15,35 e^{-j35,5^\circ} \text{ Ом}.$$

Комплексные максимальные токи и напряжение на параллельных ветвях

$$\underline{I}_{1m(3)} = \frac{\underline{U}_{m(3)}}{\underline{Z}_{\text{эк}(3)}} = \frac{40 e^{j20^\circ}}{15,35 e^{-j35^\circ 5'}} = 2,6 e^{j55^\circ 5'} \text{ A};$$

$$\underline{U}_{abm(3)} = \underline{I}_{1m(3)} \underline{Z}_{ab(3)} = 2,6 e^{j55^\circ 5'} \cdot 11,05 e^{-j53^\circ 35'} = 28,7 e^{j1^\circ 30'} \text{ В};$$

$$\underline{I}_{2m(3)} = \frac{\underline{U}_{abm(3)}}{\underline{Z}_{2(3)}} = \frac{28,7 e^{j1^\circ 30'}}{5 + j36} = 0,79 e^{-j80^\circ 40'} \text{ A};$$

$$\underline{I}_{3m(3)} = \frac{\underline{U}_{abm(3)}}{\underline{Z}_{3(3)}} = \frac{28,7 e^{j1^\circ 30'}}{20} = 1,44 e^{j1^\circ 30'} \text{ A};$$

$$\underline{I}_{4m(3)} = \frac{\underline{U}_{abm(3)}}{\underline{Z}_{4(3)}} = \frac{28,7 e^{j1^\circ 30'}}{-j10} = 2,87 e^{j91^\circ 30'} \text{ A}.$$

4. Ток в неразветвленной части цепи имеет вид

$$i_1 = 3 + 5,88 \sin(\omega_1 t - 16^\circ 30') + 2,6 \sin(3\omega_1 t + 55^\circ 5') \text{ A}.$$

5. Действующее значение каждого тока

$$I_1 = \sqrt{3^2 + \frac{5,88^2 + 2,6^2}{2}} = 5,45 \text{ A}; \quad I_2 = \sqrt{2,4^2 + \frac{5,15^2 + 0,79^2}{2}} = 4,4 \text{ A};$$

$$I_3 = \sqrt{0,6^2 + \frac{3,52^2 + 1,44^2}{2}} = 2,64 \text{ A}; \quad I_4 = \sqrt{\frac{2,33^2 + 2,87^2}{2}} = 2,57 \text{ A}.$$

6. Мощность, потребляемая цепью,

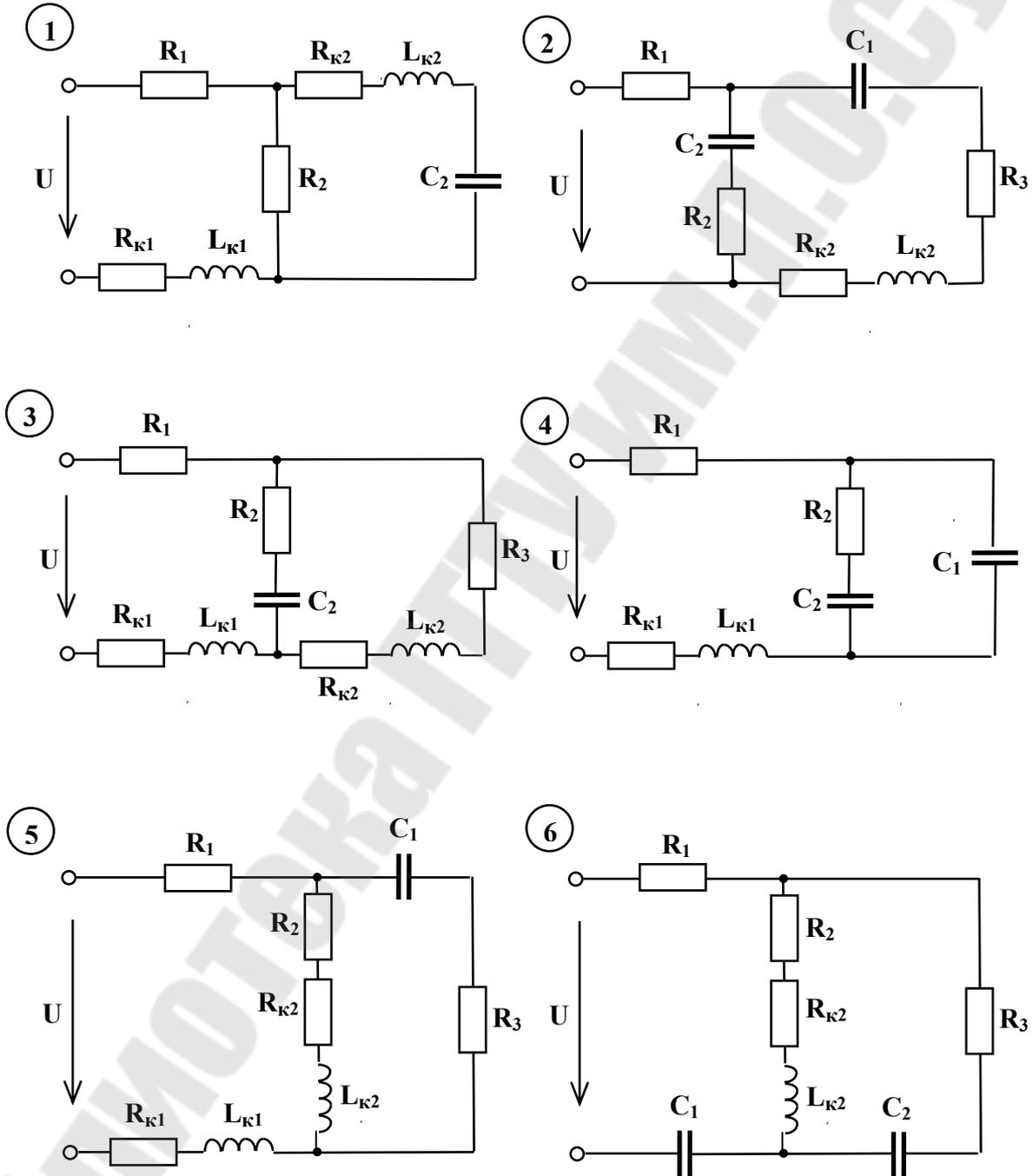
$$\begin{aligned} P &= U_0 I_{1(0)} + U_1 I_{1(1)} \cos \varphi_1 + U_3 I_{1(3)} \cos \varphi_3 = 30 \cdot 3 + \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot \frac{5,88}{\sqrt{2}} \cos 16^\circ 30' + \\ &+ \frac{40}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2,6}{\sqrt{2}} \cos 33^\circ 5' = 415 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

Проверка:

$$P = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 = 5,45^2 \cdot 6 + 4,4^2 \cdot 6 + 4,4^2 \cdot 5 + 2,64^2 \cdot 20 = 415 \text{ Вт}.$$

Порядок и методика проведения исследований

Номер варианта задания состоит из двух цифр. Первые две указывают номер схемы замещения исследуемой электрической цепи в соответствии с рис. 2.4, вторая цифра – номер строки в табл. 2.1, содержащей сведения об элементах цепи.



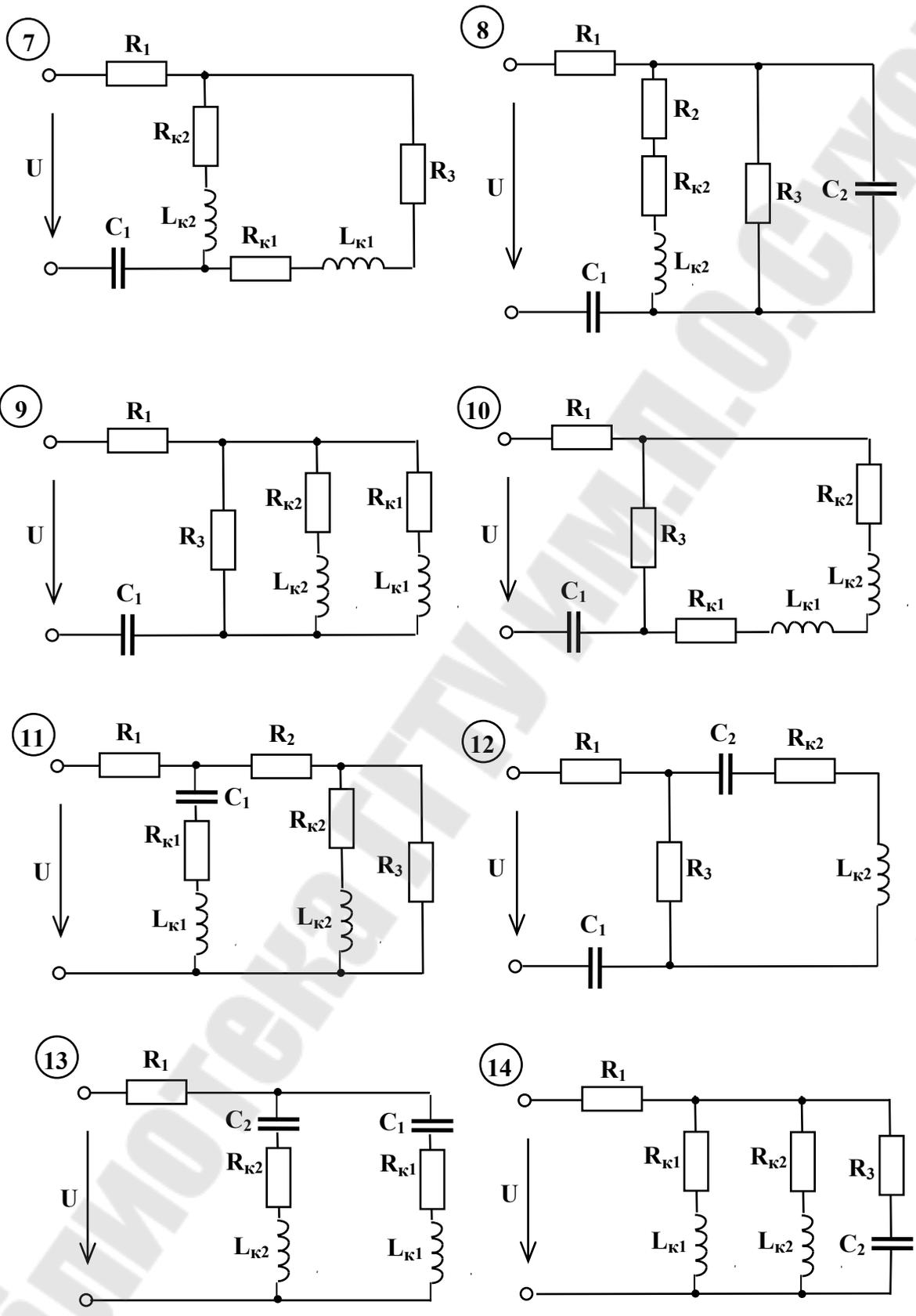


Рис. 2.4

Таблица 2.1

№ варианта	Параметры источника			R_1	R_2	R_3	C_1	C_2	$L_{к1}$	$R_{к1}$	$L_{к2}, R_{к2}$							
	U_{max}	f	Форма сигнала									Номера элементов			мкФ	мГ	Ом	Номер элемента
	В	кГц																
1	15	1,0		02	01	03	0,5	1,5	30	4,4	11							
2	16	1,2		03	02	01	1,0	2,0	35	13,5	12							
3	17	1,3		04	03	02	1,5	0,5	40	16,1	11							
4	18	1,4		02	04	03	2,0	1,0	45	25,2	12							
5	19	1,5		03	01	03	0,5	1,0	50	16,8	11							
6	20	1,6		04	02	01	1,0	1,5	45	25,2	12							
7	21	1,7		02	03	04	1,5	2,0	40	16,1	11							
8	22	1,8		04	01	02	2,0	0,5	35	13,5	12							
9	18	1,9		03	04	01	0,75	2,0	30	4,4	11							
0	17	2,0		02	03	01	0,5	0,75	50	16,8	12							

* $L_{к2}, R_{к2}$ – элементы 11 или 12

В работе используются:

- регулируемый стабилизированный источник несинусоидального напряжения;
- резисторы (элементы 01...03);
- конденсаторы (элементы) и БПЕ;
- индуктивные катушки (элементы 11, 12), и БПИ ($R_{к1}, L_{к1}$);
- измерительные приборы и осциллограф, установленные на стенде.

1. В соответствии с вариантом задания начертите исследуемую схему (рис. 2.4)

Емкости конденсаторов считать равными номинальным значениям, указанным в таблице 2.1, а фактические значения параметров $R_{01}...R_{03}$ и катушек индуктивности (11, 12) взять из РЛР 2.1 (“Цепи однофазного переменного тока”). $R_{к1}$ измерить омметром.

2. Разложите напряжение источника $u(t)$ на гармонические составляющие до пятой включительно. Разложение несинусоидальных напряжений возьмите из приложения 1. Результаты гармонического анализа представьте в табл. 2.2.

Таблица 2.2

Номер гармоники	$\kappa = 1$		$\kappa = 3$		$\kappa = 5$	
	U_{m1}	Ψ_{u1}	U_{m3}	Ψ_{u3}	U_{m5}	Ψ_{u5}
Гармонические составляющие напряжения источника	В	град	В	град	В	град

По данным разложения постройте результирующую кривую, которую для сравнения нанесите в отчете на осциллограмму.

3. На основании найденных гармонических составляющих напряжения источника (табл. 2.2) и фактических параметров элементов схемы, рассчитайте мгновенные значения токов ветвей i_1, i_2, i_3, i_4 и напряжений на катушке (u_k) и конденсаторе (u_c). Результаты расчета свести в табл. 2.3.

Таблица 2.3

		$\kappa = 1$		$\kappa = 3$		$\kappa = 5$		Примечание
		расчет	эсп.	расчет	эсп.	расчет	эсп.	
I_{m1}	мА							
Ψ_{i1}	град							
I_{m2}	мА							
Ψ_{i2}	град							
I_{m3}	мА							
Ψ_{i3}	град							
I_{m4}	мА							
Ψ_{i4}	град							
U_{mk}	В							
Ψ_{uk}	град							
U_{mc}	В							
Ψ_{uc}	град							

4. По данным п.3 определите действующие значения напряжений и токов. Результаты расчета занесите в табл. 2.4.

Таблица 2.4

Характеристики исследуемых величин			Исследуемые величины				
			i_1	i_2	i_3	i_4	u_k
Действующие значения	Расчетные, эксперимент	мА,					
		В					

5. Рассчитайте активную мощность источника и элементов цепи. Результаты вычислений занесите в табл. 2.5.

Таблица 2.5

P_{R1}	P_{R2}	P_{R3}	P_{R4}	$\sum P$	$P_{и}$	$\delta_p, \%$
Вт						

6. Установите частоту и форму сигнала источника переменного напряжения в соответствии с заданным вариантом, подключите к источнику осциллограф. Максимальное значение напряжения источника выставьте в соответствии с заданием, измеряя его на экране осциллографа. Зарисуйте на миллиметровую бумагу осциллограмму напряжения источника $u(t)$ и представьте в отчете в виде графика с соответствующей градуировкой осей.

7. Снимите осциллограммы токов ветвей и напряжений катушки и конденсатора. Для снятия осциллограммы тока вход осциллографа подключите параллельно резистору, включенному в ветвь с исследуемым током. При этом масштаб тока $m_i = \frac{m_u}{R}$,

где m_u - масштаб напряжения, указанный на переключателе чувствительности осциллографа по оси Y;

R - сопротивление резистора, параллельно которому подключается осциллограф.

Все снятые осциллограммы должны быть в отчете в виде графиков $i(t)$ и $u(t)$ и изображены в одной системе координат с соответствующими графиками, рассчитанными в п. 3.

8. Сделайте выводы по работе в целом. В выводах обратите внимание на причины, обусловившие расхождение экспериментальных и расчетных значений величин и на особенности измерений в цепях периодического негармонического тока.

Контрольные вопросы

1. Изложите порядок расчета электрических цепей, содержащих источник несинусоидального напряжения.
2. Укажите особенности расчета токов и напряжений в электрических цепях, возникающих от действия постоянной составляющей ЭДС.
3. Как изменяются величины сопротивлений индуктивности и емкости в зависимости от номера гармоники по отношению к первой гармонике ?
4. Запишите формулы для расчета действующих значений несинусоидальных электрических величин.
5. Как рассчитывается активная мощность в цепях с несинусоидальными ЭДС ?
6. Приборами каких систем измеряются действующие значения несинусоидального тока (напряжения) ?
7. Ваттметром какой системы измеряют активную мощность в цепях с несинусоидальными токами ?
8. Как снять осциллограммы токов ветвей ?
9. Как снять осциллограммы напряжений на элементах схемы ?
10. Какой известный метод расчета электрических цепей применяется при расчетах цепей с несинусоидальными токами и ЭДС ?

Расчетно-практическая работа N 3.3

Исследование влияния вида элементов цепи на форму тока при несинусоидальном напряжении источника

Цель работы

- экспериментально изучить влияние резистора, катушки и конденсатора на форму кривой тока при действии несинусоидального напряжения.

Программа работы

1. Получить формы кривых тока в цепи при различных по характеру элементах (резистор, катушка, конденсатор) и заданном несинусоидальном напряжении источника.
2. Качественно оценить влияние вида элемента на гармонический состав тока.
3. Разложить на гармонические составляющие кривые напряжения и тока (п. 1) и выполнить сравнительный анализ по значениям коэффициентов амплитуды и искажения.

Краткие сведения из теории

Различная зависимость сопротивлений резистора, катушки и конденсатора от частоты приводит к существенному отличию в формах тока при действии несинусоидального напряжения. Отклонение формы тока от синусоидальной, наблюдаемое с помощью осциллографа, может быть охарактеризовано количественно на основе гармонического анализа.

Представление несинусоидального тока гармоническими составляющими имеет вид

$$i = I_0 + I_{m1} \sin(\omega_1 t + \psi_{i1}) + I_{m2} \sin(2 \omega_1 t + \psi_{i2}) + \dots \quad (3.1)$$

Нахождение постоянной составляющей I_0 , амплитуд I_{mk} и начальных фаз ψ_{ik} k -тых гармоник при графическом задании закона изменения тока выполняется по зависимостям

$$I_0 = \frac{1}{p} \sum_{n=1}^{n=p} i(n), \quad I_{mk} = \sqrt{B_k^2 + C_k^2}, \quad \psi_{ik} = \arctg \frac{C_k}{B_k}, \quad (3.2)$$

где

$$\left. \begin{aligned} B_k &\approx \frac{2}{p} \sum_{n=1}^{n=p} i(n) \sin\left(k n \frac{2\pi}{p}\right) \\ C_k &\approx \frac{2}{p} \sum_{n=1}^{n=p} i(n) \cos\left(k n \frac{2\pi}{p}\right) \end{aligned} \right\} . \quad (3.3)$$

Здесь p – число равных участков, на которые разбивается период несинусоидальной кривой;

n – номер участка;

$i(n)$ – значение функции в конце n -го участка;

k – номер гармоники.

При количественной оценке различий в формах кривых применяются:

- коэффициент отношения амплитуд, равный $\frac{A_{mk}}{A_{m1}}$;

- коэффициент амплитуды $k_a = \frac{a_{\max}}{A}$; (3.4)

- коэффициент искажения $k_u = \frac{A_1}{A}$, (3.5)

где A_{m1} , A_{mk} – амплитуды первой и k -той гармоники;

a_{\max} – максимальное значение несинусоидальной функции;

A , A_1 – действующие значения функции и ее первой гармоники.

Порядок и методика проведения исследований

В работе используются:

Источник переменного напряжения при различных формах выходного сигнала;

- источник переменного напряжения при различных формах выходного сигнала;

- элемент наборного поля 10;

- блоки переменного сопротивления (БПС), индуктивности (БПИ) и емкости (БПЕ);

- измерительные приборы и осциллограф, установленные на стенде.

1. Включить источник переменного напряжения и, подключив его выход к осциллографу, выставить форму, частоту и максимальное напряжение согласно варианту задания (табл. 3.1).

Таблица 3.1

№	Параметры источника			R Ом	L _к мГн	R _к Ом	C мкФ
	Форма сигнала	f, кГц	u _{max} , В				
1		1	10	100	30	4,4	0,5
2		1,5	12	50	20	4,2	3,0
3		2	8	150	40	16,1	1,0
4		3	14	200	35	13,6	2,5
5		2,5	12	120	25	13,2	0,8
6		4	10	125	25	13,2	2,0
7		3,5	8	100	10	0,7	0,4
8		1	14	200	45	25,2	5,0
9		2,25	12	150	15	10	1,25
0		1,25	10	250	25	13,2	4,0

Заданная форма сигнала устанавливается переключателем на лицевой панели блока переменного напряжения. Приближенное значение частоты выставляется переключателем 1-8 кГц и регулятором “частота”. Для установки заданного значения частоты по осциллографу рекомендуется предварительно определить период и добиться его точного значения на экране прибора. Измерения следует производить, получив предварительно на экране устойчивое изображение одного периода кривой.

2. Зарисовать кривую заданного напряжения на кальку или миллиметровую бумагу и указать масштабы напряжения m_u и времени m_t . Имея в виду, что в работе исследуется влияние трех элементов на форму кривой тока, предусмотреть в отчете три графика $u(t)$, с которыми в последующем будут совмещаться графики токов соответствующих элементов.

3. Установите заданные значения сопротивления, индуктивности и емкости на соответствующих блоках переменных параметров. В дальнейшем подключите их поочередно к источнику в соответствии со схемой рис. 3.1.

4. Подключите осциллограф и БПС к схеме, как показано на рис. 3.1. В качестве R_0 используйте элемент наборного поля 10. Получив на экране изображение кривой тока i_R резистора, зарисовать ее на кальку.

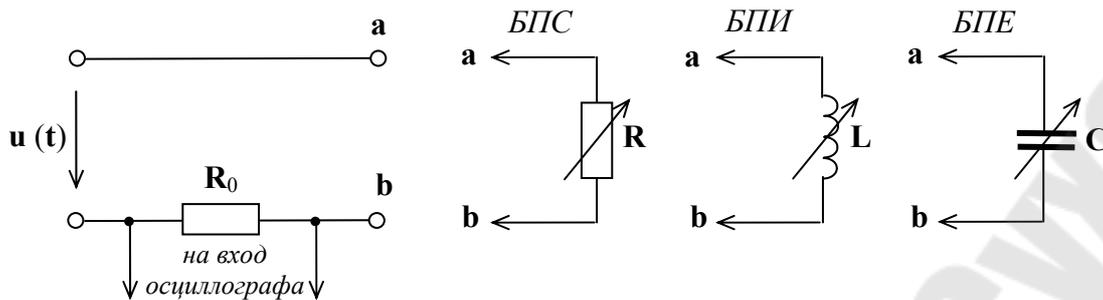


Рис. 3.1

5. Выполните действия, аналогичные п.4 при поочередном подключении катушки и конденсатора. Получив осциллограммы $i_L(t)$ и $i_C(t)$, нанесите их на кальку.

6. При разбиении исследуемых кривых тока для гармонического анализа на равные p интервалов следует учесть, что число интервалов симметричной функции следует выбирать максимально возможным, т.е. $p=9$.

7. Определите по данным п. 2 значения $u(n)$ в конце каждого n -го интервала и занесите их в табл. 3.2.

Таблица 3.2

Исследуемая величина	Значение функции в конце интервала разбиения полупериода									Максимальное значение функции
	Номер интервала									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
$u(n), В$										
$i_R(n), А$										
$i_L(n), А$										
$i_C(n), А$										

8. Аналогично выполните определение $i(n)$ по данным п. 4, 5, 6 и сведите их в табл.3.2.

9. Выполните гармонический анализ исследуемых величин, рассчитав амплитуды и начальные фазы 1, 3 и 5 гармоник. Результаты занесите в табл. 3.3.

Таблица 3.3

Исследуемая величина	$k = 1$		$k = 3$		$k = 5$	
	A_{m1}	Ψ_{a1}	A_{m3}	Ψ_{a3}	A_{m5}	Ψ_{a5}
$u(t), В$						
$i_R(t), А$						
$i_L(t), А$						
$i_C(t), А$						

10. По данным табл. 3.3 запишите выражения для мгновенных значений исследуемых величин и начертите по ним соответствующие графики, показав на них как каждую гармоническую составляющую, так и результирующую функцию.

11. По (3.4) и (3.5) рассчитайте значение коэффициентов, характеризующих форму кривых анализируемых величин и результаты занесите в табл. 3.4.

Таблица 3.4

Исследуемая величина	Отношение амплитуд		k_a	k_H
	A_{m3}/A_{m1}	A_{m5}/A_{m1}		
$u(t)$, В				
$i_R(t)$, А				
$i_L(t)$, А				
$i_C(t)$, А				

12. Сделайте выводы по работе в целом, обратив внимание на:
 - влияние вида элемента на качественные и количественные характеристики токов;
 - рациональный выбор числа гармоник, используемых для анализа при различной степени несинусоидальности функций.

Контрольные вопросы

1. Почему различный характер элементов отражается на гармоническом составе кривых тока ?
2. Как влияет на форму тока включенный в электрическую цепь резистор ?
3. Каково влияние емкости в электрической цепи на форму тока ?
4. Как влияет на форму тока включенная в электрическую цепь индуктивная катушка ?
5. Для чего используются коэффициенты амплитуды и искажения ?
6. Как используется на практике влияние различных элементов на форму кривой тока ?
7. Какое число гармоник необходимо выбирать для анализа несинусоидальных функций ?

Литература

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. Учебник для электротехнич., энерг., приборостроит. спец. ВУЗов, 9-е изд. - М.: Высш.школа, 1996. 81...130 с.
2. Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В., Страхов С.В. Основы теории цепей. Учебник для ВУЗов, 5-е изд.- М.: Энергоатомиздат, 1989. 61...131с.
3. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. Учебник для ВУЗов , том 1 , 3-е изд. - Л.: Энергоиздат, 1981.163...281с.
4. Атабеков Г.И. Основы теории цепей. Учебник для ВУЗов, 4-е изд.- М.: Энергия, 1979. 60...130 с.
5. Каплянский А.Е., Лысенко А.П., Полотовский Л.С. Теоретические основы электротехники. - М.: Высш.школа, 1972. 100...140, 163...179 с.
6. Грачев С.А., Соленков В.В. Практическое пособие к лабораторным работам по разделу «Цепи постоянного тока» (часть1) курса «Теоретические основы электротехники» для студентов электротехнических специальностей. - ГГТУ, Гомель, 1999 г.
7. Грачев С.А., Соленков В.В. Практическое пособие к лабораторным работам по разделу «Цепи однофазного переменного тока» (часть2) курса «Теоретические основы электротехники» для студентов электротехнических специальностей. - ГГТУ, Гомель, 2000 г.
8. Грачев С.А., Соленков В.В. Практическое пособие к лабораторным работам по разделу “Трехфазные электрические цепи” (часть 4) курса «Теоретические основы электротехники» для студентов электротехнических специальностей. - ГГТУ, Гомель, 2002 г.

Содержание

Введение	
Расчетно-практическая работа N 3.1. Графо-аналитический анализ несинусоидальных периодических электрических величин	
Расчетно-лабораторная работа N 3.2. Анализ электрической цепи, содержащей источник несинусоидального напряжения	
Расчетно-практическая работа N 3.3. Исследование влияния вида элементов цепи на форму тока при несинусоидальном напряжении источника	
Литература	

**ЦЕПИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО
ПЕРИОДИЧЕСКОГО ТОКА**
Практическое пособие
по выполнению лабораторных работ
по курсу «Теоретические основы электротехники»
для студентов электротехнических специальностей
дневной и заочной форм обучения

Авторы-составители: **Грачев** Станислав Анатольевич
Соленков Виталий Владимирович

Подписано в печать 23.03.06.

Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».

Ризография. Усл. печ. л. 1,86. Уч.-изд. л. 2,03.

Изд. № 103.

E-mail: ic@gstu.gomel.by

<http://www.gstu.gomel.by>

Отпечатано на цифровом дуплекаторе
с макета оригинала авторского для внутреннего использования.

Учреждение образования «Гомельский государственный
технический университет имени П.О. Сухого».

246746, г. Гомель, пр. Октября, 48.