

М. С. БОБРОВ

ОПЫТ ОЦЕНКИ РАЗМЕРОВ ЧАСТИЦ И МАССЫ КОЛЕЦ САТУРНА

(Представлено академиком В. Г. Фесенковым 12 II 1951)

Известно, что при раскрытиях не менее 10° яркость кольца В Сатурна в противостоянии равна яркости центра диска планеты. Последняя была определена В. В. Шароновым ⁽¹⁾. По этим данным легко найти величину наблюдаемого коэффициента яркости r_n кольца для различных значений угла A возвышения Солнца над плоскостью кольца. С другой стороны, рассматривая кольцо как плоско-параллельный слой чисто рассеивающей среды (альbedo равно 1), можно по формулам В. В. Соболева ⁽²⁾ вычислить теоретические значения коэффициента яркости r_m для тех же A и сравнить их с r_n . Из рис. 1 видно, что хорошее согласие r_m с r_n получается при оптической толщине кольца $\tau_0 = 0,7$, если только

$$x(\pi) / \bar{x}(\gamma) = 5,3, \quad (1)$$

где γ — угол между направлениями падающего и рассеянного лучей, $x(\pi)$ — значение радиуса-вектора индикатрисы рассеяния материи кольца при $\gamma = \pi$ (противостояние) и $\bar{x}(\gamma)$ — среднее по всем телесным углам значение этого радиуса-вектора.

Условие (1) означает, что индикатриса кольца В обладает мощным максимумом, направленным к источнику света. Дифрагирующие частицы не удовлетворяют условию (1). Следовательно, за наблюдаемую яркость кольца ответственны частицы, большие в сравнении с длиной световой волны (их радиус ρ должен быть не менее 0,1 мкм). Условие (1) накладывает также ограничение на состояние поверхности частиц кольца. Гладкие тела (ортотропный шар и т. п.) ему не удовлетворяют, тогда как для тел изрытых, сходных с метеоритами, астероидами или Луной, оно выполняется с избытком. Так, для Луны $x(\pi) / \bar{x}(\gamma) = 6,13$.

Подчеркнем, что сравнение r_m и r_n на рис. 1 сделано для альbedo, равного единице. Разумеется, это идеализация, но принятие обычного для метеорных тел альbedo порядка 0,1 повлекло бы за собой непомерно большие значения $x(\pi) / \bar{x}(\gamma)$, не отвечающие никаким природным образованиям.

Таким образом, частицы кольца В — сравнительно крупные шероховатые тела с высоким альbedo.

Для дальнейшего уточнения размеров частиц ρ обратимся к наблюдаемым фазовым кривым колец Сатурна (кривые I—IV на рис. 2). Частицы колец достаточно велики, чтобы при истолковании этих кривых можно было пользоваться представлениями геометрической оптики, пренебрегая дифракционными эффектами. В таком случае падение яркости колец с ростом угла фазы α должно вызываться двумя причинами: затенением частиц друг другом (теневой эффект) и появлением теней на изрытой поверхности каждой из частиц (собственный эффект фазы частиц). Первое из этих явлений играет в наблюдаемом интервале

изменения α (от 0 до 7°) преобладающую роль, вызывая характерную нелинейность фазовых кривых колец Сатурна. Второе явление дает линейную составляющую фазовых кривых.

Первоначальная теория теневого эффекта разработана Зеелигером. Однако она не дает удовлетворительного согласия с наблюдениями * ввиду того, что Зеелигер считал тени частиц цилиндрами бесконечной длины. Вследствие такой трактовки полная амплитуда эффекта полу-

чилась у Зеелигера не зависящей от доли D объема, занимаемого частицами внутри кольца, поскольку при достаточной оптической толщине последнего тени вышележащих частиц обязательно упадут на нижележащие, как бы велико ни было расстояние между ними.

В действительности же тени частиц будут конусами конечной длины, так как Солнце видимо с Сатурна заметным диском (около 3,5). Но тогда амплитуда эффекта должна зависеть от D . Построенная автором теория теневого эффекта для конических теней действительно дает такую зависимость. Отсылая за подробностями расчета к работе (3), приведем здесь только окончательное выражение для отношения минимальной яркости колец $B_{\text{мин}}$ к максимальной $B_{\text{макс}}$:

$$\left(\frac{B_{\text{мин}}}{B_{\text{макс}}}\right)_{\text{тед}} = \frac{1 + e^{-Dl_0} - e^{-\frac{Dl_0}{4} - \frac{\tau_0}{\sin A}}}{1 - e^{-\frac{\tau_0}{\sin A}}}, \quad (2)$$

где

$$I = \int_0^{z_1} e^{-D(az+bz^2+cz^3)} dz, \quad D = \frac{4}{3} \frac{\pi \rho^3 N}{R}.$$

Здесь приняты следующие обозначения: ρ — радиус частицы; l_0 — отношение длины конуса тени к ρ (около 2000); N — число частиц в кольце; R — объем кольца; C, z_1, a, b, c — коэффициенты, зависящие от ρ и A .

Формула (1) учитывает только влияние конусов полной тени, тогда как существует еще и полутень. Поэтому (1)

дает приближение теневого эффекта с недостатком, т. е. преувеличивает истинное значение $B_{\text{мин}}/B_{\text{макс}}$.

Рассмотрим влияние полутени на теновой эффект. Учитывать нужно не всю полутень, а лишь ту ее часть, которая в противостоянии экранируется частицей (бесконечный цилиндр радиуса ρ). В самом деле, для нахождения $B_{\text{мин}}/B_{\text{макс}}$ мы сравниваем яркость колец при $\alpha_{\text{макс}}$ и при $\alpha = 0^\circ$ и потому можем не принимать во внимание часть полутени вне указанного цилиндра, так как эта часть видна и в противостоянии и при $\alpha_{\text{макс}}$. Заменяя далее этот бесконечный цилиндр, включающий в себя полную тень и полутень, цилиндром полной тени конечной длины $2l_0$ (что, как можно показать, преувеличивает теновой эффект),

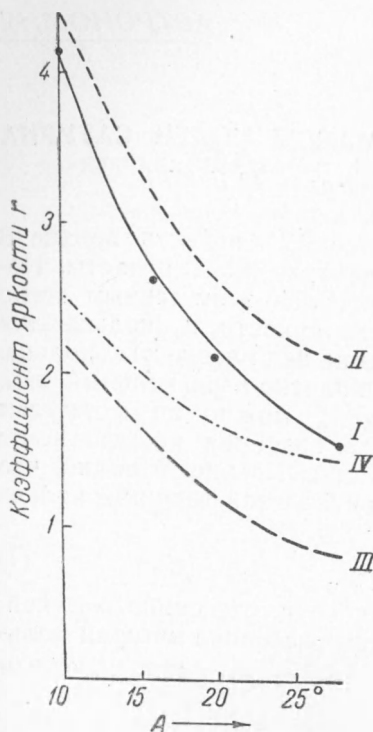


Рис. 1. Сравнение наблюдаемых значений коэффициента яркости кольца В Сатурна с теоретическими для $A = A'$. Точки — наблюдаемые значения. I — теоретические значения при $x(\pi)/\bar{x}(\gamma) = 5,3$, $\tau_0 = 0,7$ и $x_1 = -0,7$; II — то же при $x(\pi)/\bar{x}(\gamma) = 5,3$, $\tau_0 = \infty$ и $x_1 = 1,0$; III — то же при $x(\pi)/\bar{x}(\gamma) = 2,7$, $\tau_0 = 0,7$ и $x_1 = 1,0$; IV — то же при $x(\pi)/\bar{x}(\gamma) = 2,7$, $\tau_0 = \infty$, $x_1 = 1,0$

* См. кривую V на рис. 2.

получаем выражение для $B_{\text{мин}}/B_{\text{макс}}$ в приближении теневого эффекта с избытком:

$$\left(\frac{B_{\text{мин}}}{B_{\text{макс}}}\right)_{\text{изб}} = \frac{0,5 + 0,5 e^{-3 D l_0} - e^{-\frac{3}{2} D l_0} - \frac{\tau_0}{\sin A}}{1 - e^{-\frac{\tau_0}{\sin A}}} \quad (3)$$

Задача состоит в том, чтобы по наблюдаемому падению яркости кольца В с α найти пределы, в которых заключена величина D . Зная D , можно затем оценить размеры частиц и массу колец.

В качестве наблюдательного материала возьмем данные фотометрии Шенберга (4). Усреднение этих данных дает кривую IV рис. 2, весьма точно представляемую эмпирической формулой

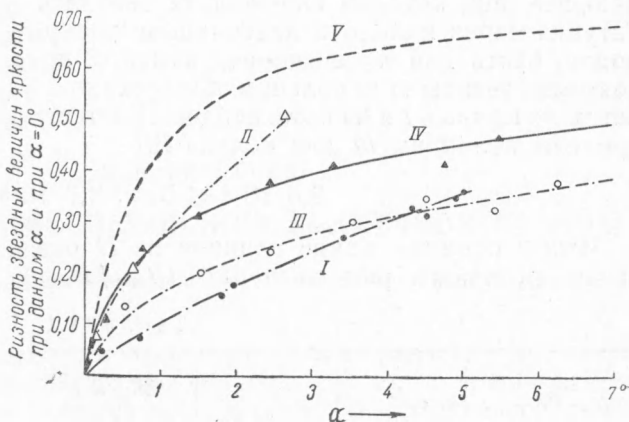


Рис. 2. Фазовые кривые поверхностной яркости колец Сатурна. I — кольцо А (по измерениям В. Г. Фесенкова (3)); II — кольцо В (по Г. А. Шайну (6)); III — средняя яркость колец А и В (по Шенбергу (7)); IV — кольцо В (усреднение результатов Шенберга (4)); V — одна из теоретических кривых Зеелигера

$$\Delta m = 0,2705\alpha - 0,2129. \quad (4)$$

Ввиду того что влияние теневого эффекта заметно проявляется лишь вблизи противостояния, можно считать с хорошим приближением

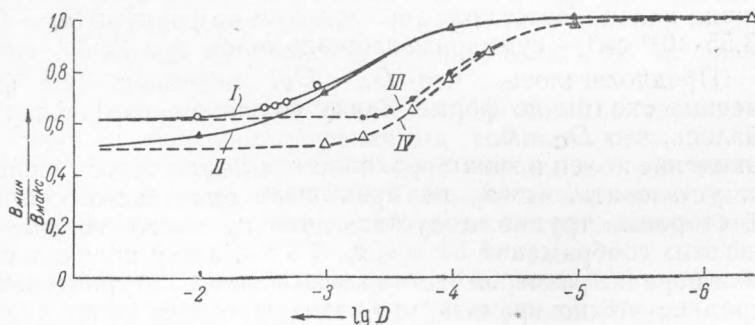


Рис. 3. Амплитуда теневого эффекта для конических теней как функция $\lg D$. I — без учета полутени при $\tau_0 = 0,7$; II — то же при $\tau_0 \rightarrow \infty$; III — с учетом полутени при $\tau_0 = 0,7$; IV — то же при $\tau_0 \rightarrow \infty$

что при $\alpha \geq 7^\circ$ это влияние отсутствует. Тогда значение $d(\Delta m)/d\alpha$ при $\alpha = \alpha_{\text{макс}} = 7^\circ$ даст угловой коэффициент линейной составляющей фазовой кривой кольца В, т. е. разность $p - p_{\alpha}$ коэффициентов фазы частиц и центра диска Сатурна, с которым Шенберг сравнивал яркость кольца В: $p - p_{\alpha} = 0,017$ на 1° фазы. Отсюда с помощью (4) легко найти, что при изменении α от 0 до 7° звездная величина яркости кольца В увеличивается за счет теневого эффекта (искаженного рассеяниями высших порядков) на $0,378$. Переходя от звездных величин к интервалам яркостей и исключая рассеяния высших порядков по формулам В. В. Соболева, получаем окончательно:

$$(B_{\text{мин}} / B_{\text{макс}})_{\text{набл}} = 0,66 \quad (5)$$

Для сравнения этой величины с теоретической мы вычислили ряд значений $(B_{\text{мин}} / B_{\text{макс}})_{\text{нед}}$ и $(B_{\text{мин}} / B_{\text{макс}})_{\text{изб}}$ по формулам (2) и (3) и построили графики изменения этих величин в функции $\lg D$ (кривые I и III на рис. 3). При этом для τ_0 было принято значение 0,7 — наименьшее, при котором еще нельзя заметить просвечивания сфероида Сатурна через кольцо в наибольшем раскрытии последнего (едва ли можно брать для τ_0 значение, намного превосходящее 0,7, так как покрытие звезды этим кольцом обнаружило его частичную прозрачность). Затем по кривым I и III были найдены соответствующие $B_{\text{мин}} / B_{\text{макс}} = 0,66$ пределы величины D для кольца В:

$$2,6 \cdot 10^{-4} < D_{\text{В}} < 2,6 \cdot 10^{-3} \quad (6)$$

Чтобы оценить, какое влияние на D оказывает изменение τ_0 , был вычислен также ряд значений $(B_{\text{мин}} / B_{\text{макс}})_{\text{нед}}$ и $(B_{\text{мин}} / B_{\text{макс}})_{\text{изб}}$ при $\tau_0 \rightarrow \infty$ (кривые II и IV на рис. 3). Влияние это невелико: для $\tau_0 \rightarrow \infty$ пределы, между которыми лежит D , составляют $1,9 \cdot 10^{-4}$ и $1,6 \cdot 10^{-3}$.

Таблица 1

$D_{\text{В}}$	z_0	$\bar{\rho}$	$\mathfrak{M}_{\text{к}} / \mathfrak{M}_{\text{п}}$
$2,6 \cdot 10^{-4}$	} 50 м	1,41 см	$3,3 \cdot 10^{-9}$
$2,6 \cdot 10^{-3}$		14,1 см	$3,3 \cdot 10^{-8}$
$2,6 \cdot 10^{-4}$	} 5 км	1,41 м	$3,3 \cdot 10^{-7}$
$2,6 \cdot 10^{-3}$		14,1 м	$3,3 \cdot 10^{-6}$

Иными словами, даже при изменении τ_0 от 0,7 до ∞ порядок D не меняется.

Для оценки размеров частиц, из которых состоят кольца, было

использовано соотношение $\bar{\rho} = 3Dz_0 / 4\tau_0$, непосредственно вытекающее из определения D и τ_0 . Здесь $\bar{\rho}$ — среднее значение радиуса частицы, z_0 — толщина колец. Масса колец вычислялась по формуле $\mathfrak{M}_{\text{к}} = D_{\text{В}} S z_0 \delta$, где $S = 3,55 \cdot 10^{20}$ см² — суммарная площадь колец А и В, δ — плотность частицы. Предполагалось, что $D_{\text{А}} = D_{\text{В}}$, поскольку их фазовые кривые весьма сходны по форме. Ввиду большой прозрачности кольца С принималось, что $D_{\text{С}} = 0$.

Исчезновение колец в эпохи прохождения Земли через их плоскость позволяет установить, что z_0 не превышает нескольких километров. С другой стороны, трудно допустить, что z_0 много меньше 100 м. Приняв из этих соображений $50 \text{ м} \leq z_0 \leq 5 \text{ км}$, автор получил следующие оценки порядка размеров частиц и массы колец Сатурна (см. табл. 1).

Как среднее можно принять, что размеры частиц колец Сатурна — порядка 1 м, общая масса колец — порядка $1 \cdot 10^{-7}$ массы планеты. Суммарный объем всех частиц составляет приблизительно $1 \cdot 10^{-3}$ объема колец.

Поступило
26 I 1951

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ В. В. Шаронов, Цирк. Пулк. obs., № 26—27, 37 (1941). ² В. В. Соболев, Уч. зап. ЛГУ, сер. матем. наук, в. 18, 20 (1949). ³ М. С. Бобров, Астр. журн., 17, № 6, 4—7 (1940). ⁴ E. Schoenberg, Vierteljahresschr. astr. Ges., 68, 387 (1933). ⁵ В. Г. Фесенков, AN, 226, 127 (1926); AN, 229, 227 (1927); AN, 231, 9 (1928). ⁶ Г. А. Шайн, Цирк. Пулк. obs. № 13, 9 (1935). ⁷ E. Schoenberg, Ann. Akad. Sci. Fennicae, A, 16, (1921).