Доклады Академии Наук СССР
1951. Том LXXVII, № 3

ГЕОФИЗИКА

К. С. ШИФРИН

ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ МАЛЫХ ЧАСТИЦ

(Представлено академиком В. В. Шулейкиным 24 I 1951)

Исследование теплового излучения малых частиц имеет важное значение для геофизики, астрофизики, физической химии.

Преобразуя высокую частоту солнечного излучения в низкую частоту теплового, частицы примеси заметным образом участвуют в тепловом балансе в нижних слоях атмосферы. В верхних слоях, где большое число частиц пыли обязано метеорному потоку, непрерывно захватываемому землей, поглощение и излучение радиации частицами есть один из важнейших механизмов, управляющих тепловыми процессами.

В соответствии с законом Кирхгофа, излучение частиц связано с их поглощением. Для установления соответствующей формулы рассмотрим бесконечно большую черную изнутри сферу (радиуса R), в центре которой расположена наша частица.

Поток энергии, который из бесконечно малой площадки ds попадает на частицу, будет (B_λ — яркость площадки)

$$dF_\lambda = B_\lambda ds \frac{\pi a^2}{R^2}.$$

Доля его, поглощаемая частицей, будет $\frac{k_n}{\pi a^2}$ *. Таким орбазом, частица на величину $\frac{k_n}{\pi a^2} dF_\lambda$ уменьшает количество радиации, которое площадка ds посылает на такую же точно площадку, расположенную на другом конце диаметра.

В состоянии теплового равновесия это уменьшение потока будет скомпенсировано излучением частицы на ту же площадку. Таким образом, яркость частицы $b_\lambda(T)$ будет

$$b_\lambda(T) \frac{ds}{R^2} = \frac{k_n}{\pi a^2} B_\lambda ds \frac{\pi a^2}{R^2},$$

$$b_\lambda(T) = k_n B_\lambda(T). \tag{1}$$

Яркость единичной площадки частицы B_λ^* будет в πa^2 раз меньше. Излучение частицы изотропно. Полный поток, излучаемый частицей в единицу времени, будет

$$f_\lambda = 4\pi k_n B_\lambda(T). \tag{2}$$

---

* $dF_\lambda/\pi a^2$ есть интенсивность излучения, k_n — коэффициент поглощения, a — радиус частицы.

Для больших черных частиц $k_n = \pi a^2$. Таким образом,

$$f_\lambda = 4\pi^2 a^2 B_\lambda (T) = 4\pi a^2 \pi B_\lambda. \quad (3)$$

Известно, что полное излучение плоской площадки ds наружу равно $\pi B\, ds$. В согласии с этим последняя формула дает полное излучение большого черного шара.

Если учитывать отраженный свет, то в формулу (3) необходимо ввести множитель $(1 - R^{(1)})$. Здесь $R^{(1)}$ — доля светового потока, отраженного сферой (см. ([1]) формула (28)). При практических вычислениях излучения больших шаров вовсе не нужно производить подробных вычислений интеграла для $R^{(1)}$. С точностью в 3—4% достаточно, например, воспользоваться формулой Гаусса с тремя ординатами.

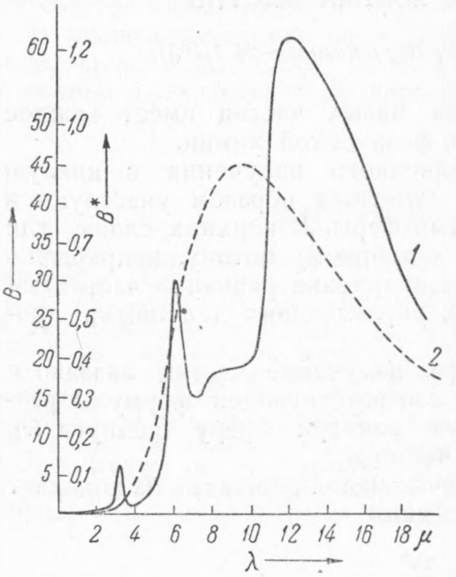

Рис. 1. *1* — капля дымки, *2* — черное тело

Обратимся теперь к малым частицам. Здесь общая формула (1) приводит к ряду интересных следствий.

Для малых частиц ослабление значительно больше рассеяния. Это означает, что ослабление в основном обязано поглощению. Коэффициент ослабления для малых частиц будет ([2])

$$k = \frac{36\pi n\varkappa}{|m^2 + 2|^2} \frac{v}{\lambda}. \quad (4)$$

Здесь $m = n - i\varkappa$ — комплексный показатель преломления вещества, v — объем частицы. В соответствии с (1), яркость излучения малой частицы определяется формулой

$$b_\lambda = \frac{36\pi n\varkappa}{|m^2 + 2|^2} \frac{v}{\lambda} B_\lambda (T). \quad (5)$$

Яркость единичной площадки малой частицы будет

$$B^*_\lambda = \frac{24 n\varkappa}{|m^2 + 2|^2} \frac{2\pi a}{\lambda} B_\lambda. \quad (6)$$

Если спектральное изменение m невелико и m можно приблизительно считать постоянным, то B^*_λ / B_λ для малой частицы будет обратно пропорционально длине волны λ. При учете спектрального хода m изменение B^*_λ / B_λ будет более сложно.

Для иллюстрации формулы (6) мы вычислили тепловое излучение частиц дымки — капелек воды радиусом в 0,1 μ. Спектральные изменения яркости излучения частиц дымки (при $T = 300°$) изображены на рис. 1. Для сравнения мы приводим там также кривую излучения черного тела. Масштаб второй кривой в 10 раз меньше. Максимумы при 3 и 6 μ и подъем за 11 μ обязаны интенсивному поглощению воды в этих участках.

Найдем теперь интегральное излучение малой частицы. Оно определяется общей формулой

$$b = \int_0^\infty k_n (\lambda) B_\lambda \, d\lambda.$$

Для малой частицы простой результат может быть получен, если считать m постоянным. С помощью формулы Планка для яркости излучения получим

$$b = \frac{36\pi n \varkappa}{|m^2+2|^2} v \frac{2h}{c^3}\left(\frac{kT}{h}\right)^5 \int_0^\infty \frac{x^4 dx}{e^x - 1}.$$

Входящий сюда интеграл (обозначим его через α) легко вычисляется

$$\alpha = \int_0^\infty x^4 dx \left(e^{-x} + e^{-2x} + \cdots\right) = \left(\sum_{k=1}^\infty \frac{1}{k^5}\right) \int_0^\infty e^{-t} t^4 dt,$$

$$\int_0^\infty e^{-t} t^4 dt = \Gamma(5) = 24, \quad \sum_{k=1}^\infty \frac{1}{k^5} = 1{,}0369\ldots$$

((4), стр. 244).

Таким образом,

$$\alpha = 24{,}8856\ldots$$

Яркость частицы b, следовательно, будет

$$b = \frac{b_0}{4\pi} \frac{n\varkappa}{|m^2+2|^2} v T^5,$$

$$b_0 = \frac{72\pi\alpha k^5}{h^4 c^3}.$$

Постоянная b_0 связана с постоянной Стефана — Больцмана σ:

$$b_0 = \gamma \frac{k}{ch} \sigma = 21{,}808\ldots \cdot 10^{-5} \frac{\text{эрг}}{\text{град}^5\ \text{см}^3\ \text{сек}}$$

(γ — численный множитель, $\gamma = 5{,}7486\ldots$).

Полное излучение частицы

$$f = b_0 \frac{n\varkappa}{|m^2+2|^2} v T^5.$$

Мы получили важный результат: интегральное излучение малых частиц пропорционально пятой степени температуры*.

В случаях малых проводящих частиц (в соответствии с законом Гагена — Рубенса) излучение будет $\sim \sigma v T^6$. Таким образом, температурная зависимость излучения связана с температурным ходом сопротивления. У металлов обычно $\sigma \sim 1/T$, так что и здесь $f \sim T^5$.

При низких температурах (по сравнению с дебаевской температурой тела) ход σ сложнее. Теория приводит здесь к зависимости $\sigma \sim 1/T^5$. Это означает, что излучение малых металлических частиц при низких температурах будет $\sim T$.

По своим электрическим свойствам пылинки, вероятно, ближе всего к полупроводникам. Для хорошо проводящих полупроводников (электронных) $\sigma \sim e^{\Delta/T}$; излучение малых частиц будет $\sim T^6 e^{\Delta/T}$.

Для малых частиц (при постоянном m) будет иметь место закон смещения Вина. Однако постоянная в этом законе будет отличаться от ее обычного значения множителем α/α^*. Здесь α и α^* — корни трансцендентных уравнений (3)

$$1 = \frac{\alpha}{5} + e^{-\alpha}; \quad 1 = \frac{\alpha^*}{6} + e^{-\alpha^*}.$$

Этот множитель $\alpha/\alpha^* = 0{,}8296\ldots$

* Если (m^2+2) считать постоянным.

Частицы, взвешенные в воздухе, отдают свое тепло теплопроводностью и лучеиспусканием. Легко видеть, что первый поток в $k'/4aT^3\sigma$ раз больше второго (k' — коэффициент теплопроводности воздуха, T — температура). Эта величина $\sim 10^4$ в нижних слоях и принимает значение ~ 1 только на периферии атмосферы. В межзвездном пространстве лучеиспускание является единственной причиной отдачи тепла. Равновесие между поглощением и излучением определяет температуру частиц, находящихся там.

Повышение температуры воздуха (в единицу времени), обязанное прямому прогреванию его, за счет поглощения радиации частицами примесей определяется величиной $\Delta T = I_0 \pi a^2 n/c$ (n — число частиц в 1 см^3, c — теплоемкость 1 см^3). Это дает около 0,05—0,1 град/час.

Обе указанные оценки относятся к большим частицам ($k_n = \pi a^2$). Для малых частиц относительная роль излучения будет значительно меньше. То же относится и к нагреванию воздуха частицами.

н Отметим в заключение, что излучение малых частиц, в значительой мере, определяет спектр пламени.

Главная геофизическая обсерватория
им. А. И. Воейкова

Поступило
24 I 1951

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] К. С. Шифрин, Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., № 2 (1950). [2] G. Mie, Ann. d. Phys., **25**, 309 (1908). [3] П. Друде, Оптика (под ред. проф. Т. П. Кравца), 1935. [4] И. М. Рыжик, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, 1948.