Доклады Академии Наук СССР
1951. Том LXXVI, № 2

ФИЗИКА

Г. И. ДЬЯКОВ

ЗАКОН ПРИБЛИЖЕНИЯ К НАСЫЩЕНИЮ ЧЕТНЫХ ЭФФЕКТОВ С УЧЕТОМ ВНУТРЕННИХ УПРУГИХ НАПРЯЖЕНИЙ

(Представлено академиком С. И. Вавиловым 20 XI 1950)

1. Расчет магнитострикции монокристалла в сильных магнитных полях с учетом упругих напряжений. Определение внутренних упругих напряжений и выявление характера зависимости от них магнитострикции и других четных эффектов при приближении к насыщению представляет большой практический и теоретический интерес.

Для магнитных материалов при отсутствии упругих напряжений несовпадение вектора спонтанного намагничения с вектором магнитного поля обусловлено силой естественной анизотропии кристалла. Величина четного эффекта в недеформированном монокристалле определяется законом Акулова [1]

$$\lambda = {}^3/_2\,\lambda_{100}\,(s_1^2 g_1^2 + s_2^2 g_2^2 + s_3^2 g_3^2 - {}^1/_3) + \\ + 3\lambda_{111}\,(s_1 s_2\, g_1 g_2 + s_2 s_3\, g_2 g_3 + s_3 s_1\, g_3 g_1), \tag{1}$$

где s_i — направляющие косинусы вектора спонтанного намагничения относительно тетрагональных осей кристалла, g_i — направляющие косинусы направления наблюдения относительно тех же осей.

После окончания процесса продольной и поперечной инверсии в монокристалле можно выделить некоторую область, которая будет намагничена до насыщения, хотя I_s не совпадает с H. Тогда при увеличении магнитного поля H вектор I_s этой части кристалла будет приближаться к направлению магнитного поля, что вызовет изменение направляющих косинусов s_i в формуле (1) и, следовательно, изменение магнитострикции, измеряемой в направлении поля.

Если монокристалл будет подвергнут действию деформирующей силы, то положение вектора I_s будет обусловлено не только силой магнитной энергетической анизотропии кристалла и магнитным полем, но и величиной и направлением деформирующей силы. Теперь несовпадение вектора намагничения с вектором поля будет зависеть в значительной степени от упругих напряжений, возникающих под действием этой силы.

Совместим прямоугольную систему координат с тетрагональными осями кристалла. Обозначим через v_1, v_2, v_3 направляющие косинусы вектора деформирующей силы относительно тех же осей. Переходя к полярной системе координат, мы получим выражения для направляющих косинусов в следующем виде:

$$\begin{aligned} s_1 &= \sin\vartheta\,\cos\varphi, & s_2 &= \sin\vartheta\,\sin\varphi, & s_3 &= \cos\vartheta; \\ g_1 &= \sin\vartheta'\,\cos\varphi', & g_2 &= \sin\vartheta'\,\sin\varphi', & g_3 &= \cos\vartheta'; \\ v_1 &= \sin\vartheta''\cos\varphi'', & v_2 &= \sin\vartheta''\sin\varphi'', & v_3 &= \cos\vartheta''. \end{aligned} \tag{2}$$

Подставляя выражения для направляющих косинусов (2) в соотношение (1), мы получим величину магнитострикции в полярных координатах:

$$\lambda = {}^3/_2\, \lambda_{100} (\sin^2 \vartheta \cos^2 \varphi \sin^2 \vartheta' \cos^2 \varphi' + \sin^2 \vartheta \sin^2 \varphi \sin^2 \vartheta' \sin^2 \varphi' + \\ + \cos^2 \vartheta \cos^2 \vartheta' - {}^1/_3) + 3\lambda_{111} (\sin^2 \vartheta \sin \varphi \cos \varphi \sin^2 \vartheta' \sin \varphi' \cos \varphi' + \\ + \sin \vartheta \cos \vartheta \sin \vartheta' \cos \vartheta' \cos (\varphi - \varphi')). \quad (3)$$

В области сильных магнитных полей угол между вектором спонтанного намагничения и вектором поля мал, поэтому и углы

$$\alpha = \vartheta - \vartheta', \quad \beta = \varphi - \varphi' \quad (4)$$

будут также достаточно малы.

Так как направление магнитного поля постоянно (в эксперименте оно задается направлением канала намагничивающей катушки), то ϑ' и φ' будут также постоянны.

Если с помощью (4) исключить из (3) ϑ и φ, а полученный результат разложить в ряд по степеням α и β в окрестности ϑ', φ', то, ограничившись первыми степенями разложения, мы получим для λ выражение:

$$\lambda = D_0 + \alpha D_1 + \beta D_2, \quad (5)$$

где $D_0 = {}^3/_2 \lambda_{100} \sin^4 \vartheta' \cos^4 \varphi' + {}^3/_2 \lambda_{100} \sin^4 \vartheta' \sin^4 \varphi' + {}^3/_2 \lambda_{100} \cos^4 \vartheta' - {}^1/_2 \lambda_{100} + 3\lambda_{111} \sin^4 \vartheta' \sin^2 \varphi' \cos^2 \varphi' + 3\lambda_{111} \sin^2 \vartheta' \cos^2 \vartheta'$, $D_1 = 3\lambda_{100} \sin^3 \vartheta' \cos \vartheta' \cos^4 \varphi' + 3\lambda_{100} \sin^3 \vartheta' \cos \vartheta' \sin^4 \varphi' - 3\lambda_{100} \sin \vartheta' \cos^3 \vartheta' + 6\lambda_{111} \sin^3 \vartheta' \cos \vartheta' \sin^2 \varphi' \cos^2 \varphi' + 3\lambda_{111} \sin \vartheta' \cos^3 \vartheta' - 3\lambda_{111} \sin^3 \vartheta' \cos \vartheta'$, $D_2 = 3(\lambda_{100} - \lambda_{111}) \sin^4 \vartheta' \sin^3 \varphi' \cos \varphi' - 3(\lambda_{100} - \lambda_{111}) \sin^4 \vartheta' \sin \varphi' \cos^3 \varphi'$.

Величины α и β, входящие в уравнение (5), могут быть определены из условия минимума полной энергии кристалла. Для этого должны выполняться два следующих требования:

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta} (U_a + U_e + U_f) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial \varphi} (U_a + U_e + U_f) = 0, \quad (6)$$

где U_a — энергия связи с внешним магнитным полем, U_e — энергия естественной магнитной энергетической анизотропии кристалла, U_f — магнитная энергия упругой деформации.

Энергия связи с внешним магнитным полем может быть представлена в следующем виде:

$$U_a = -I_s H \left(1 - \frac{\alpha^2}{2} - \frac{\beta^2}{2} \sin^2 \vartheta'\right). \quad (7)$$

Но, согласно (4), $\partial U_a / \partial \vartheta = \partial U_a / \partial \alpha$, $\partial U_a / \partial \varphi = \partial U_a / \partial \beta$. Тогда из (6) и (7) получим выражения для α и β в следующем виде:

$$\alpha = -\frac{1}{I_s H} \left(\frac{\partial U_e}{\partial \vartheta} + \frac{\partial U_f}{\partial \vartheta}\right), \quad (8)$$

$$\beta = -\frac{1}{I_s H \sin^2 \vartheta'} \left(\frac{\partial U_e}{\partial \varphi} + \frac{\partial U_f}{\partial \varphi}\right). \quad (9)$$

Подставляя α и β в (5), мы получим функциональную связь между магнитострикцией λ, намагничивающим полем H и деформирующей силой F следующего типа:

$$\lambda = D_0 - \frac{D_1}{I_s H}\left(\frac{\partial U_e}{\partial \vartheta} + \frac{\partial U_f}{\partial \vartheta}\right) - \frac{D_2}{I_s H \sin\vartheta'}\left(\frac{1}{\sin\vartheta'}\frac{\partial U_e}{\partial \varphi} + \frac{1}{\sin\vartheta'}\frac{\partial U_f}{\partial \varphi}\right). \quad (10)$$

Принимая во внимание (4), мы можем U_e и U_f разложить в ряд по степеням α и β.

После дифференцирования U_e и U_f по α и β получим:

$$\frac{\partial U_e}{\partial \vartheta} = K b_e, \quad (11)$$

где $b_e = 4\,[\sin\vartheta' \cos^3\vartheta' - \sin^3\vartheta' \cos\vartheta' \,(1 - 2\cos^2\varphi' \sin^2\varphi')]$;

$$\frac{1}{\sin\vartheta'}\frac{\partial U_e}{\partial \varphi} = K c_e, \quad (12)$$

где $c_e = 4\,(\sin\varphi' \cos^3\varphi' - \cos\varphi' \sin^3\varphi') \sin^3\vartheta'$;

$$\frac{\partial U_f}{\partial \vartheta} = -F(\lambda_{100}\, b'_f + \lambda_{111}\, b''_f), \quad (13)$$

где $b'_f = 3\,[\sin^2\vartheta'' (\cos^2\varphi' \cos^2\varphi'' + \sin^2\varphi' \sin^2\varphi'') - \cos^2\vartheta''] \sin\vartheta' \cos\vartheta'$, $b''_f = 3\,[(\cos^2\vartheta' - \sin^2\vartheta')(\cos\varphi' \cos\varphi'' + \sin\varphi' \sin\varphi'') \sin\vartheta'' \cos\vartheta'' + 2\sin\vartheta' \cos\vartheta' \times \sin\varphi' \cos\varphi' \sin^2\vartheta'' \sin\varphi'' \cos\varphi'']$;

$$\frac{1}{\sin\vartheta'}\frac{\partial U_f}{\partial \varphi} = -F(\lambda_{100}\, c'_f + \lambda_{111}\, c''_f), \quad (14)$$

где $c'_f = 3\sin\vartheta' \sin\varphi' \cos\varphi' \sin^2\vartheta'' (\sin^2\varphi'' - \cos^2\varphi'')$, $c''_f = 3\,[\cos\vartheta' \sin\vartheta'' \cos\vartheta'' \times (\cos\varphi' \sin\varphi'' - \sin\varphi' \cos\varphi'') + \sin\vartheta' \sin^2\vartheta'' \sin\varphi'' \cos\varphi'' (\cos^2\varphi' - \sin^2\varphi')]$.

Подставляя полученные значения производных в (10), получим уравнение кривой магнитострикции монокристалла в сильных магнитных полях при одновременном действии магнитного поля и упругой деформирующей силы:

$$\lambda = D_0 - \frac{C_1}{I_s H}, \quad (15)$$

где $C_1 = D_1\,[K b_e - F(\lambda_{100}\, b'_f + \lambda_{111}\, b''_f)] + \frac{D_2}{\sin\vartheta'}\,[K c_e - F(\lambda_{100}\, c'_f + \lambda_{111}\, c''_f)]$.

2. **Расчет магнитострикции поликристаллического ферромагнетика при приближении к насыщению с учетом диффузных напряжений.** В образцах, лишенных текстуры, направление магнитного поля и упругой деформирующей силы в различных кристаллах поликристаллического тела могут иметь самые различные углы относительно кристаллографических осей.

Пусть направление упругой деформирующей силы меняется независимо от направления магнитного поля. Тогда в различных кристаллах упругие напряжения будут ориентированы по различным направлениям относительно осей кристалла и относительно направления поля (диффузные упругие напряжения). В этом случае величина магнитострикции в поликристаллическом теле будет равна:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{16\pi^2}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} \lambda \sin\vartheta' \sin\vartheta''\, d\vartheta'\, d\varphi'\, d\vartheta''\, d\varphi''. \quad (16)$$

Подставляя в (16) значение магнитострикции монокристалла, даваемое соотношением (15), получим:

$$\overline{\lambda} = \frac{1}{16\pi^2} \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} D_0 \sin\vartheta' \sin\vartheta'' \, d\vartheta' \, d\varphi' \, d\vartheta'' \, d\varphi'' -$$

$$- \frac{1}{16\pi^2} \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{C_1}{I_s H} \sin\vartheta' \sin\vartheta'' \, d\vartheta' \, d\varphi' \, d\vartheta'' \, d\varphi''. \quad (17)$$

Произведя интегрирование, получим выражение для магнитострикции при приближении к насыщению:

$$\overline{\lambda} = \frac{2}{5}\lambda_{100} + \frac{3}{5}\lambda_{111} + \frac{16}{35}(\lambda_{100} - \lambda_{111}) \frac{K}{I_s H}. \quad (18)$$

Из полученного выражения для магнитострикции мы видим, что все члены, содержащие силу в первой степени, обратились в нуль, следовательно, и магнитострикция и любой четный эффект не зависят от диффузных упругих напряжений в первой степени, а будут зависеть от более высоких степеней.

3. Расчет закона приближения к насыщению для четных эффектов, когда направление упругой деформирующей силы совпадает с направлением внешнего магнитного поля. Наиболее простым случаем гомогенизированных напряжений являются напряжения, вызванные растяжением или сжатием. Пусть направление F совпадает с направлением внешнего магнитного поля H. Тогда $\vartheta' = \vartheta''$ и $\varphi' = \varphi''$ (при дальнейших расчетах штрихи мы опустим). Среднее значение магнитострикции поликристалла получится путем усреднения значений магнитострикции монокристалла, а именно:

$$\overline{\lambda} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} \lambda \sin\vartheta \, d\vartheta \, d\varphi. \quad (19)$$

После интегрирования мы получим окончательное выражение для магнитострикции при приближении к насыщению с учетом деформирующей силы:

$$\overline{\lambda} = \frac{2}{5}\lambda_{100} + \frac{3}{5}\lambda_{111} + \left[\frac{16}{35}(\lambda_{100} - \lambda_{111}) K + \frac{12}{35}(\lambda_{100} - \lambda_{111})^2 F\right] \frac{1}{I_s H}. \quad (20)$$

Автору [2,3] удалось рассчитать магнитострикцию и другие четные эффекты в недеформированном поликристаллическом ферромагнетике. Получающаяся разность в ходе кривых магнитострикции, а следовательно, и магнитострикционной восприимчивости деформированных и недеформированных образцов одного и того же состава может быть отнесена за счет изменения процесса вращения под действием упругих напряжений.

В заключение выражаю благодарность Н. С. Акулову за ряд ценных советов и указаний.

Научно-исследовательский институт физики
Московского государственного университета
им. М. В. Ломоносова

Поступило
13 VII 1950

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Н. Акулов. Zs. f. Phys., 52, 389 (1928). [2] Г. П. Дьяков, ДАН, 68, № 1 (1949). [3] Г. П. Дьяков, Вестн. МГУ, № 9, в. 6, 43 (1949).