

ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ СИСТЕМЫ ВОЛНОВЫХ УРАВНЕНИЙ

Концевой И.А., Климович В.А.

Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого

Цель работы: аналитическое и численное описание волновых процессов в двухкомпонентной системе с нелинейными конкурирующими источниками энергии.

Для двухкомпонентной системы два зацепляющихся волновых уравнения с неоднородными по координате источниками имеют вид:

$$\frac{\partial^2 T_\sigma}{\partial t^2} = w_\sigma^2 \frac{\partial^2 T_\sigma}{\partial x^2} + k_v^{(\sigma)}(x, T_1, T_2); \quad \sigma = 1, 2, \quad (1)$$

где T_1, T_2 – температуры взаимодействующих друг с другом компонентов сплошной среды; w_1, w_2 – две скорости распространения тепловых возмущений. В классе автомодельных решений типа распространяющейся волны

$$\xi = A_* x + B_* t; \quad A_*, B_* - \text{const}; \quad \tau_\sigma = \tau_\sigma(\xi) \equiv T_\sigma(\xi) - T_\sigma^0,$$

уравнения (1) имеют вид:

$$d^2 \tau_\sigma / d\xi^2 = Q_\sigma(\tau_1, \tau_2); \quad (2)$$

$$k_v^{(\sigma)} = Q_\sigma w_\sigma^2 A_*^2 (M_\sigma^2 - 1); \quad M_\sigma^2 = N^2 / w_\sigma^2; \quad \sigma = 1, 2, \quad (3)$$

где функции τ_σ характеризуют отклонения от равновесных температур $T_\sigma^0 \equiv \text{const}$ первой и второй компонент. Уравнения (2)–(3) имеют точное решение:

$$Q_1(\tau_1, \tau_2) = (2m^2 A_1^2 - A) \exp(-\tau_1) \cos \tau_2 - 2m^2 A_1 \exp(-\tau_1/2) \cos(\tau_2/2), \quad (4)$$

$$Q_2(\tau_1, \tau_2) = (A - 2m^2 A_1^2) \exp(-\tau_1) \sin \tau_2 + 2m^2 A_1 \exp(-\tau_1/2) \sin(\tau_2/2), \quad (5)$$

$$\tau_1(\xi) = \ln[(A_1 + (\bar{\alpha} + \bar{\beta}) \cos(m\xi))^2 + (\bar{\alpha} - \bar{\beta})^2 \sin^2(m\xi)],$$

$$\tau_2(\xi) = 2 \arctg D, \quad A = 8m^2 \bar{\alpha} \bar{\beta}, \quad D = (\bar{\alpha} - \bar{\beta}) \sin(m\xi) / [A_1 + (\bar{\alpha} + \bar{\beta}) \cos(m\xi)],$$

$$k_v^{(\sigma)}(\tau_1, \tau_2) = A_* w_\sigma^2 (M_\sigma^2 - 1) Q_\sigma(\tau_1, \tau_2), \quad \sigma = 1, 2.$$

На рисунке приведен пример нетривиального воздействия объемных источников энергии на среду. А именно: непрерывные источники $k_v^{(\sigma)}(T_1, T_2)$, $\sigma = 1, 2$ возбуждают разрывные колебания температуры.



Рисунок – Двухкомпонентная динамическая система (4), (5): разрывные колебания температуры одной из компонент ($A_1 = -1$; $m = 0,2$; $\alpha = 1$; $\beta = 2$)

Прикладные аспекты данной работы связаны с задачами промышленной экологии, для которых важное значение имеет динамика волновых процессов, а также взаимодействие волн в двухкомпонентных системах.

Работа выполнена в рамках госпрограммы «Энергетические системы, процессы и технологии 2.84». Научный руководитель проекта профессор О.Н. Шабловский.