

АСТРОНОМИЯ

И. С. ШКЛОВСКИЙ

## К ВОПРОСУ О ДИССИПАЦИИ ПЛАНЕТАРНЫХ АТМОСФЕР

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 16 XI 1950)

Известно, что наблюдается резкое различие химического состава Земли и Солнца, выражющееся, главным образом, в огромном дефекте на Земле легких элементов — водорода, гелия, азота, неона.

Если считать, что некогда Земля (и вообще все планеты) и Солнце имели одинаковый химический состав, то механизм термической диссипации в сочетании с учетом химической активности разных элементов, казалось бы, мог объяснить наблюдавшиеся различия в обилиях элементов. Развитая Джинсом<sup>(1)</sup> теория диссипации планетных атмосфер, усовершенствованная другими исследователями<sup>(2-4)</sup>, давала сроки диссипации, космогонически вполне приемлемые. Так например, даже такой, сравнительно тяжелый, газ, как неон, при температуре верхних слоев земной атмосферы в 5000° (что вполне могло быть в докеологические эпохи) должен был, согласно формуле Джинса<sup>(1)</sup>, диссипировать за время  $4 \cdot 10^6$  лет.

Однако, как мы покажем ниже, существующая теория диссипации имеет весьма ограниченную область применимости. Она может объяснить, например, диссипацию гелия (или другой какой-нибудь незначительной по обилию примеси) из современной атмосферы Земли. Но для диссипации газа, составляющего основную часть массы „первобытной“ планеты, эта теория неприменима. Согласно Джинсу<sup>(1)</sup>, число молекул, покидающих вследствие диссипации изотермическую атмосферу планеты, за единицу времени равно:

$$L = \frac{4\pi R^2}{V 6\pi} c \frac{GMm}{kTR} n_c e^{-GMm/kTR} \left( 1 + \frac{kTR}{GmM} \right); \quad (1)$$

здесь  $n_c$  — концентрация молекул,  $R$  — расстояние от центра планеты, на котором  $n_c$  настолько мало, что молекулы могут вылететь из атмосферы без столкновения. Определяемый этим условием уровень атмосферы назовем „уровнем диссипации“.

В теории Джинса, однако, это условие (свободного, без столкновений вылета) остается совершенно неиспользованным, а уровень диссипации никак не конкретизируется. Джинс, а вместе с ним и другие исследователи переходят от  $n_c$  к  $n_0$  — концентрации молекул у основания изотермической атмосферы — при помощи барометрической формулы с учетом изменения ускорения силы тяжести по мере увеличения  $R$  и кривизны слоев:

$$n_c e^{-GMm/kTR} = n_0 e^{-GMm/kTR_0}. \quad (2)$$

Полагая общее число молекул в атмосфере  $N = 4\pi R_0^2 n_0 H$ , где  $H$  — высота однородной изотермической атмосферы \*, для времени диссипации получается выражение, совершенно не зависящее от физических характеристик уровня диссипации:

$$t_1 = \frac{N}{L} = \frac{\sqrt{6\pi}}{3} \frac{c}{g} \frac{e^{Y_0}}{Y_0}, \quad Y_0 = \frac{GMm}{kTR_0}, \quad H = \frac{kTR_0^2}{mMG}. \quad (3)$$

Однако вывод формулы (3) внутренне противоречив. В самом деле, из барометрической формулы (2) следует, что при  $R \rightarrow \infty$   $n_c \rightarrow n_0 e^{-Y_0}$ . Ясно, что при достаточно большом  $n_0$  (плотная атмосфера)  $n_{R \rightarrow \infty}$  будет достаточно велико.

Например, для водорода земной атмосферы при  $T = 2000^\circ$   $n_{R \rightarrow \infty} = 2 \cdot 10^{-2} n_0$ . Если в этом случае  $n_0 > 10^{10} \text{ см}^{-3}$ , то длина свободного пробега  $l = 1/n \sigma V^2 \leqslant 350$  км, где эффективное сечение столкновения  $\sigma = 10^{-16} \text{ см}^2$ . При такой малой длине свободного пробега, разумеется, атом не сможет беспрепятственно ускользнуть из атмосферы. Это означает, что уровень диссипации не достигается и, следовательно, формула (1) становится бессмысленной.

Вследствие процессов перемешивания в современной земной атмосфере на достаточно больших высотах (где общая плотность воздуха уже незначительна) концентрация атомов гелия будет настолько малой, что уровень диссипации будет достигнут, и формула Джинса может применяться. Однако применение этой формулы к эпохе, когда гелий (или какой-нибудь другой легкий газ) были на земле весьма обильны, в силу сказанного выше, совершенно недопустимо.

Для получения правильной формулы диссипации будем исходить из следующего основного критерия свободного вылета молекулы („критерий экранировки“):

$$\int_{R_1}^{R_2} n(R) dR = \frac{1}{\sigma}, \quad (4)$$

где  $R_1$  определяет эффективный уровень диссипации, а  $R_2$  — то расстояние от центра планеты, где молекулы уже не связаны гравитационно с Землей.

Легко показать, что, согласно критерию (4), уровень диссипации определяется условием, что заэкранирована молекулами  $1/e$  часть неба. Ниже мы дадим кинетическое обоснование критерия (4). Тогда, согласно (2) и (4),

$$n(R_1) \equiv n_c = \frac{1}{\alpha R_1},$$

$$\alpha = e^{-Y_1} Y_1 \left[ \frac{e^{Y_1}}{Y_1} - \frac{e^{Y_0}}{Y_0} + \ln \frac{Y_1}{Y_0} + \frac{Y_1 - Y_0}{1 \cdot 1!} + \frac{Y_1^2 - Y_0^2}{2 \cdot 2!} + \dots \right]. \quad (5)$$

Если  $Y_0 = 3/2$  \*\*, а  $Y_1$  равно 1,75; 2,0; 4,0; 6,0; 8,0, то  $\alpha$ , соответственно, равна 0,12; 0,27; 0,43; 0,29; 0,18. При больших значениях  $Y_1$   $\alpha \approx 1/Y_1 = H/R_1$ .

\* Введение понятия „высоты однородной изотермической атмосферы“ в схему расчета Джинса является некорректным. Это понятие соответствует только плоско-параллельной стратификации атмосферы.

\*\* Это означает, что на уровне  $R_2$  средняя квадратичная скорость равна параболической.

Подставляя  $n_e$  в (1), найдем число молекул, фактически ускользающих из атмосферы за единицу времени:

$$L = \frac{4\pi}{V6\pi} \frac{1}{\sigma} \frac{GMm}{\alpha kT} \bar{c} e^{-Y_1} \left( 1 + \frac{1}{Y_1} \right). \quad (6)$$

Заметим, что в выражение  $Y_1$  должна входить локальная температура тех высоких слоев, где расположен уровень диссипации.

Прежде чем перейти к обсуждению формулы (6), зайдемся обоснованием критерия (4). Для этого выведем выражение для  $L$  из кинетического рассмотрения.

При решении этой задачи оказывается полезной аналогия с проблемой переноса излучения в теории звездных фотосфер. В случае плоско-параллельных слоев интенсивность выходящего излучения  $I(\theta)$  определяется через излучательную способность единицы объема  $\epsilon$  известным соотношением<sup>(5)</sup>

$$I(0) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{\infty} e^{-\kappa x \sec \theta} \epsilon \sec \theta dx, \quad (7)$$

где  $\theta$  — угол между нормалью и направлением выхода излучения;  $\kappa$  — коэффициент поглощения. В нашем случае роль  $\epsilon$  играет число молекул  $Z$ , приобретающих при столкновениях скорость, превышающую параболическую. Считая, что молекулы после столкновения имеют максвелловское распределение скоростей, будем иметь:

$$Z = \frac{\sigma n^2 \bar{c} \cdot 8}{3\pi} \frac{1}{Y_1^{1/2}} e^{-Y_1} (Y_1 + 1/2). \quad (8)$$

Аналогом  $I$  является  $F$  — количество диссилирующих частиц с единицы площади за единицу времени в единичном телесном угле. Коэффициент поглощения  $\kappa$  надо заменить на  $\sigma n$ ,  $n = n_0 e^{-x/H}$ .

Выполнив вычисления, найдем:

$$F = \frac{\bar{c}}{\sigma} \frac{2}{\pi \sqrt{3\pi}} \frac{1}{H \sec \theta} \frac{1}{Y_1^{1/2}} e^{-Y_1} \left( 1 + \frac{1}{2Y_1} \right). \quad (9)$$

Поток частиц  $\frac{L}{4\pi R_1^2} = 2\pi \int_0^{\pi/2} F(\theta) \cos \theta \sin \theta d\theta$ . Окончательно

$$L = \frac{4\pi \cdot 8}{3\sqrt{3\pi}} \frac{\bar{c}}{\sigma} Y_1^{1/2} \frac{GMm}{kT} e^{-Y_1} \left( 1 + \frac{1}{2Y_1} \right). \quad (10)$$

Выражения (10) и (6) дают почти одинаковое значение  $L$  для всех представляющих интерес значений величин  $Y_1$ . Формула (6) представляется более общей, так как при ее выводе учитывалась кривизна слоев.

Время диссипации определяется количеством атомов (молекул) внутри сферы радиуса  $R_1$ . Для простоты рассуждения рассмотрим случай чисто водородной гравитирующей сферы массы  $M$ . Очевидно, она может служить моделью планеты, если считать, что планеты каким-нибудь способом образовались из Солнца. Тогда время диссипации определится из уравнения:

$$\frac{dM}{dt} = - \frac{4\pi}{V6\pi} m_H \frac{GMm_H}{\alpha\sigma kT} \bar{c} e^{-GMm_H/kTR_1} \left( 1 + \frac{kTR_1}{GMm_H} \right). \quad (11)$$

Пусть в течение всего времени эволюции такой „планеты“ на эффективном уровне диссипации выполняется условие:

$$Y_1 = \frac{GMm_H}{kTR_1} = 1,75, \quad (12)$$

т. е. средняя квадратичная скорость почти равна параболической. Это условие является крайне мажорирующим: мы получим заведомо нижнюю границу времени диссипации гравитирующего сгустка.

Тогда, согласно (11) и (12), будем иметь:

$$M(t) = M_0 e^{\gamma t}, \quad \gamma = \frac{22}{7} e^{-1,75} \frac{\sqrt{2\pi}}{0,12} \frac{Gm_H^{3/2}}{\sigma(kT)^{1/2}} = 1,36 \cdot 10^{-20} \left( \frac{10\,000}{T} \right)^{1/2}. \quad (13)$$

Нижняя граница времени диссипации будет

$$t_{\min} \approx \frac{1}{\gamma} = 2,3 \cdot 10^{12} \left( \frac{T}{10\,000} \right)^{1/2} \text{ лет.} \quad (14)$$

Следовательно, ни при каких значениях  $M$ ,  $R$  и  $T$  механизм термической диссипации не может у гравитирующего космического тела изменить массу за время его эволюции. Из формулы (13) следует, что нижняя граница времени диссипации не зависит от  $M$  и  $R$ . Недавно Пикельнер<sup>(6)</sup> убедительно показал, что диссипация короны Солнца и звезд не может иметь космогонического значения. Это является частным следствием развитых выше представлений.

Применительно к проблеме эволюции Земли наш вывод означает, что термическая диссипация никоим образом не могла обеспечить „отсортировку“ легких элементов за космогонически приемлемые сроки, если считать, что Земля когда-то имела химический состав, подобный Солнцу и звездам, а составляющие ее атомы были гравитационно связаны. Очевидно, достаточно малый, где гравитирующий сгусток может рассеяться за короткий промежуток времени. Могло случиться, что хотя „первоначальный“ сгусток был гравитационно не связан для водорода и других легких элементов, но при неизбежном охлаждении в нем возникли конденсации из химически активных элементов. Эти конденсации оказались, благодаря своей сравнительно большой массе, гравитационно связанными, между тем как водород, гелий, неон и некоторые другие легкие элементы успели „ускользнуть“.

Государственный астрономический институт  
им. П. К. Штернберга

Поступило  
31 X 1950

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> J. Jeans, The Dynamical Theory of Gases, Cambridge, 1925. <sup>2</sup> E. Milne, Trans. Cambr. Phil. Soc., 22, 483 (1925). <sup>3</sup> J. Jones, ibid., 22, 534 (1925).  
<sup>4</sup> L. Spitzer, The Atmosph. of the Earth and Planets, Chicago, 1949. <sup>5</sup> А. Унзольд, Физика звездных атмосфер, 1949. <sup>6</sup> С. Б. Пикельнер, ДАН, 73, 255 (1950).